
**ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΙΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ**
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΟΧΗΜΑΤΩΝ Τ.Ε.



**ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ
ΕΛΕΓΧΟΥ ΚΙΝΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΟΣ
TORQUE VECTORING ΚΑΙ
ΑΠΛΟΠΟΙΗΜΕΝΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ**

**ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΤΟΥ**

**ΚΛΗΜΗ ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ
ΚΩΔΙΚΟΣ ΠΤΥΧΙΑΚΗΣ**

Επιβλέπων: Κοσμάνης Θεόδωρος, Αναπληρωτής καθηγητής

ΣΙΝΔΟΣ, 2018

Η παρούσα Πτυχιακή Εργασία και τα συμπεράσματά της, σε οποιαδήποτε μορφή, αποτελούν συνιδιοκτησία του Τμήματος Μηχανολόγων Οχημάτων του Αλεξάνδρειου ΤΕΙ Θεσσαλονίκης και του/των φοιτητή/ών. Οι προαναφερόμενοι διατηρούν το δικαίωμα ανεξάρτητης χρήσης και αναπαραγωγής (τμηματικά ή συνολικά) για διδακτικούς και ερευνητικούς σκοπούς. Σε κάθε περίπτωση πρέπει να αναφέρεται ο τίτλος, ο συγγραφέας, ο επιβλέπων και το Τμήμα του ΑΤΕΙΘ.

Η έγκριση της παρούσας Πτυχιακής Εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Οχημάτων δεν υποδηλώνει απαραίτητως και αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα εκ μέρους του Τμήματος.

Ο/Η/Οι κάτωθι υπογεγραμμένος/η/οι δηλώνω/ουμε υπεύθυνα ότι η παρούσα Πτυχιακή Εργασία είναι εξ' ολοκλήρου δικό μου/μας έργο και συγγράφηκε ειδικά για τις απαιτήσεις του προγράμματος σπουδών του Τμήματος Μηχανολόγων Οχημάτων.

Δηλώνω/ουμε υπεύθυνα ότι κατά τη συγγραφή ακολούθησα/ήσαμε την πρόπουσα ακαδημαϊκή δεοντολογία αποφυγής λογοκλοπής και έχω/ουμε αποφύγει οποιαδήποτε ενέργεια που συνιστά παράπτωμα λογοκλοπής.

Ο/Η Φοιτ.....

Ο/Η Φοιτ.....

Ο/Η Φοιτ.....

(Ολογράφως)

(Ολογράφως)

(Ολογράφως)

(Υπογραφή)

(Υπογραφή)

(Υπογραφή)

Σίνδος, ___ / ___ / 20___

Σίνδος, ___ / ___ / 20___

Σίνδος, ___ / ___ / 20___

Περιεχόμενα

1. Περίληψη.....	4
2. Εισαγωγή.....	5
3. Έλεγχος της δυναμικής συμπεριφοράς του οχήματος.....	6
3.1. Έλεγχος μόνο με τις δυνάμεις πέδησης.....	7
3.2 Έλεγχος ενσωματώνοντας πέδηση και σύστημα διεύθυνσης.....	7
4 Μοντελοποίηση.....	9
4.1 Μοντελοποίηση του οχήματος.....	9
4.2 Γραμμικά μοντέλα.....	9
4.3 Μη γραμμικά μοντέλα.....	10
5 Μοντελοποίηση ελαστικών.....	10
6 Torque Vectoring.....	11
7 Εικονικό τετράτροχο όχημα.....	12
8 Ελαστικά και εγκάρσιες δυνάμεις.....	14
9 Εξισώσεις κίνησης του οχήματος χωρίς περιστροφή γύρω από τον άξονα x.....	15
10 Εξισώσεις κίνησης με το σύστημα αναφοράς το ίδιο το όχημα.....	16
11 Εξισώσεις κίνησης συμπεριλαμβανομένου της κύλισης (roll).....	25
12 Σύστημα συντεταγμένων και δυναμικό μοντέλο.....	25
13 Κινήσεις.....	26
13.1 Μεταφορικές κινήσεις.....	27
13.2 Περιστροφική κίνηση.....	30
14 Εξωτερικές δυνάμεις.....	32
15 Εξισώσεις κίνησης συμπεριλαμβανομένης της κύλισης.....	35
16 Η επιρροή της κλίσης του αμαξώματος στη δυναμική του οχήματος.....	38
17 Περιγραφή του feedforward μοντέλου.....	44
18 Αποτελέσματα.....	53
19 Συμπεράσματα.....	55
20 Βιβλιογραφία.....	55

1 Περίληψη

Οι μηχανές εσωτερικής καύσης τον τελευταίο αιώνα επικράτησαν σχεδόν αποκλειστικά στις οδικές μεταφορές, λίγα, αραιά μεταξύ τους και με περιορισμένη εφαρμογή τα παραδείγματα με εναλλακτικούς τρόπους κίνησης των οδικών οχημάτων. Την δεκαετία που διανύουμε, υπάρχει μια εντατικοποιημένη προσπάθεια για μετάβαση στην ηλεκτροκίνηση από την αυτοκινητοβιομηχανία.

Τα οικολογικά και οικονομικά πλεονεκτήματα των ηλεκτρικών αυτοκινήτων είναι το σύνηθες να αποτελούν το αντικείμενο των περισσότερων ερευνών, συζητήσεων και αναζητήσεων. Ωστόσο, υπάρχουν και άλλα πλεονεκτήματα από την χρήση ηλεκτρικών κινητήρων, τα οποία οφείλονται στα εγγενή χαρακτηριστικά των ηλεκτρικών κινητήρων όπως η άμεση απόκριση και ο ακριβής έλεγχος της ροπής και η ευελιξία στην σχεδίαση του ηλεκτροκινητήρα. Τα χαρακτηριστικά αυτά δίνουν τη δυνατότητα για δημιουργία ηλεκτρονικών συστημάτων ευστάθειας τα οποία βελτιώνουν τα δυναμικά χαρακτηριστικά του οχήματος που τα φέρει.

Η εργασία αυτή είναι μία επισκόπηση πάνω σε αυτά τα συστήματα και ταυτόχρονα θα παρουσιαστή και ένα απλοποιημένο μοντέλο torque vectoring (TV) χωρίς ανάδραση για άμεσο έλεγχο της περιστροφής γύρω από τον κατακόρυφο άξονα (direct yaw control, DYC) του οχήματος.

2 Εισαγωγή

Τα ηλεκτρικά οχήματα σε σύγκριση με αυτά με κινητήρες εσωτερικής καύσης, συνήθως είναι ενεργειακά πιο αποδοτικά και αν συνδυαστούν με ηλεκτρικό ρεύμα από ανανεώσιμες πηγές τότε έχουν συνολικά μικρότερο ανθρακικό αποτύπωμα.

Ο 20^{ος} αιώνας χαρακτηρίζεται από την σχεδόν καθολική επικράτηση των ΜΕΚ χάρη στην εφεύρεση του ηλεκτρικού εκκινητή στις αρχές του αιώνα. Οι πόροι για την έρευνα και ανάπτυξη που αφιερώθηκαν για τους κινητήρες εσωτερικής καύσης τα τελευταία 100 χρόνια έχουν σχεδόν λύσει τα όποια μειονεκτήματα τους που αφορούν το θόρυβο, ταλαντώσεις, τραχύτητα (noise, vibration, harshness NVH).

Όσο τα ηλεκτροκίνητα οχήματα θα γίνονται πιο δημοφιλή χάρη στις βελτιώσεις στις μπαταρίες, στους ηλεκτροκινητήρες και στα ηλεκτρονικά ισχύος, τόσο θα μεγαλώνει το μερίδιό τους στην αγορά αυτοκινήτου, με αυτό να ωθεί περισσότερα κονδύλια στην έρευνα και ανάπτυξη των ηλεκτρικών αυτοκινήτων.



Bundesarchiv, Bild 183-1900-1128-500
Foto: c. Ang. / 1904

Εικ. 1. Ηλεκτρικό όχημα της δεκαετίας του 1900.

3 Έλεγχος της δυναμικής συμπεριφοράς του οχήματος

Παρακάτω θα παρουσιαστούν σύντομα τα συστήματα για τον έλεγχο της δυναμικής συμπεριφοράς του αυτοκινήτου. Πρώτα θα δούμε τα συστήματα τα οποία χρησιμοποιούν τις διαμήκης δυνάμεις των ελαστικών, ανεξάρτητα στον κάθε τροχό. Παρακάτω, θα δούμε πως μπορούμε να ελέγξουμε τη δυναμική συμπεριφορά του οχήματος χρησιμοποιώντας τις διαμήκης δυνάμεις των ελαστικών σε συνδυασμό με το σύστημα διεύθυνσης. Τέλος θα γίνει μικρή αναφορά στα συστήματα που στρέφουν και τους τροχούς του πίσω άξονα.

Το πιο γνωστό σύστημα ελέγχου της εγκάρσιας συμπεριφοράς του οχήματος είναι το ESP, το οποίο ελέγχει τη ταχύτητα περιστροφής γύρω από τον κατακόρυφο άξονα. Εξυπηρετώντας τον ίδιο σκοπό αλλά από διαφορετικούς κατασκευαστές είναι τα συστήματα: δυναμικός έλεγχός ευστάθειας (Dynamic Stability Control, DSC), δυναμικός έλεγχός περιστροφής γύρω από τον άξονα z (Dynamic Yaw Control, DYC) και έλεγχος ευστάθειας οχήματος (Vehicle Stability Control, VSC).

Τα συστήματα ESP και ABS βελτιώνουν δραματικά την ευστάθεια και συνάμα την ασφάλεια του οχήματος, ώστε σήμερα να είναι υποχρεωτικά στα καινούργια αυτοκίνητα. Το ABS λειτουργεί κατά το φρενάρισμα αποτρέποντας το τροχό από το να σταματήσει να περιστρέφεται, αυτό το πετυχαίνει μειώνοντας τη δύναμη φρεναρίσματος διαλειπόμενα, ώστε να περιορίζει τη διαμήκη ολίσθηση του τροχού/ελαστικού στο εύρος με τη μεγαλύτερη πρόσφυση. Η έρευνα πάνω στο ABS έκανε μεγάλη πρόοδο από την εποχή που πρωτοξεκίνησε το '80 [1-2] και εξελίχθηκε στο ESP. Σκοπός του τελευταίου είναι να περιορίζει τη ταχύτητα περιστροφής γύρω από το κατακόρυφο άξονα ώστε να βοηθά στη διατήρηση της ευστάθειας του οχήματος. Ο τυπικός τρόπος λειτουργίας του ESP είναι πεδίζοντας το μπροστά εξωτερικό τροχό του οχήματος που εγγράφεται σε καμπύλη, δημιουργώντας ροπή γύρω από το κέντρο βάρους [3÷5]. Για μεγαλύτερο έλεγχο και αποτελεσματικότητα στο περιορισμό της ταχύτητας περιστροφής γύρω από τον κάθετο άξονα αυτή η πέδηση του εξωτερικού τροχού μπορεί να συνδυαστεί και με παρέμβαση στη διάθεση της ισχύς του κινητήρα.

Με την εξέλιξη της τεχνολογίας εφαρμογές όπως το brake by wire γίνονται εφικτές, δίνοντας τη δυνατότητα για ανεξάρτητο έλεγχο της πέδησης σε κάθε τροχό. Αυτή η δυνατότητα για ανεξάρτητο έλεγχο του κάθε τροχού κατέστησε δυνατή την ανάπτυξη των Brake Steer Systems (BSS), τα οποία με την εναλλαγή του λόγου πέδησης δεξιά/αριστερά και μπροστά/πίσω μπορούν να δημιουργήσουν ροπή γύρω από τον άξονα z [6], καθιστώντας δυνατό τον έλεγχο της εγκάρσιας δυναμικής του οχήματος χρησιμοποιώντας αποκλειστικά τις δυνάμεις πέδησης των τροχών.

3.1 Έλεγχος μόνο με τις δυνάμεις πέδησης

Όταν χρησιμοποιείται το σύστημα πέδησης για τον δυναμικό έλεγχο του οχήματος, το σύνηθες είναι νοείται έλεγχος στο διαμήκη άξονα, για παράδειγμα έλεγχος της ταχύτητας ή της διαμήκης ολίσθησης. Όμως όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενη παράγραφο, η εμφάνιση των συστημάτων Brake by Wire (BbW) έδωσε τη δυνατότητα για πιο ευρεία χρήση του συστήματος πέδησης στον εγκάρσιο δυναμικό έλεγχο του οχήματος. Στην διαθέσιμη βιβλιογραφία τα συστήματα BbW μπορούν να ελέγχουν την ταχύτητα περιστροφής γύρω από τον άξονα z (yaw rate) και τη ταχύτητα του οχήματος. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν είτε για τον έλεγχο της ταχύτητας περιστροφής γύρω από το κατακόρυφο άξονα (yaw rate), όπως στην περίπτωση επικίνδυνων ελιγμών, βλ. ESP, είτε για να ακολουθήσει το όχημα την επιθυμητή τροχιά, βλ. Brake Steer Systems (BSS). Αυτή είναι μια βασική και σημαντική διαφορά.

Τα συστήματα BSS έχουν μελετηθεί από ένα σεβαστό αριθμό ερευνητών για τη βελτίωση των δυναμικών χαρακτηριστικών των οχημάτων. Ο Pillutti [7] ήταν ένας από τους πρώτους που πρότειναν την ιδέα του διαφορισμού στις δυνάμεις πέδησης ως μέσο παρεμβολής στη περιστροφή του οχήματος και αυτή η περιορισμένη δυνατότητα που παρέχεται από το BSS να χρησιμοποιηθεί για τον έλεγχο της εγκάρσιας θέσης του οχήματος, βλ. υποβοήθηση διατήρησης λωρίδας (lane departure). Ο Raksincharoensak επίσης επισημαίνει την χρησιμότητα της διαφορικής πέδησης για lane departure system σε συνδυασμό με κάμερα [8].

Τα συστήματα που αναφέρθηκαν μέχρι τώρα είναι κατηγοριοποιημένα σαν βοηθητικά και είναι σχεδιασμένα για να βοηθούν τον οδηγό, χωρίς ποτέ να παίρνουν τον έλεγχο του οχήματος. Η άλλη κατηγορία είναι αυτή των πλήρως αυτοματοποιημένων συστημάτων, τα οποία παίρνουν τελείως τον έλεγχο του οχήματος από τον οδηγό, για παράδειγμα το αυτόματο σύστημα αποφυγής σύγκρουσης (automatic collision avoidance system). [9].

3.2 Έλεγχος ενσωματώνοντας πέδηση και σύστημα διεύθυνσης.

Χρησιμοποιώντας μόνο τα φρένα για τον έλεγχο του της ταχύτητας περιστροφής γύρω από τον άξονα z και κατά συνέπεια, μόνο 4 ενεργοποιητές, περιορίζει το τι μπορεί να ελεγχθεί. Είναι προφανές ότι μπορεί να συνδυαστεί με το σύστημα διεύθυνσης, αυξάνοντας τους βαθμούς ελευθερίας.

Γενικά οι μέθοδοι που εφαρμόζονται για αυτού του είδους τον έλεγχο δεν είναι τόσο απλοϊκή όσο αυτή που εφαρμόζονται στον έλεγχο μόνο μέσω της πέδησης. Ο λόγος της αυξημένης πολυπλοκότητας είναι ότι το σύστημα διεύθυνσης εισάγει μη γραμμικά φαινόμενα. Επίσης η χρήση μικρών γωνιών στα μοντέλα τόσο του οχήματος όσο και των ελαστικών αρχίζουν να εισάγουν σημαντικά λάθη.

Ταυτόχρονος έλεγχος του yaw rate και της γωνίας ολίσθησης (side slip angle) του οχήματος επιτεύχθηκε από το Boada [10], εφαρμόζοντας πέδηση σε έναν από τους μπροστινούς τροχούς και μια πρόσθετη γωνία σε αυτή του οδηγού στο σύστημα διεύθυνσης. Μια ελαφρά διαφορετική προσέγγιση στο πρόβλημα είχε ο Ahmadi [11], ο οποίος με χρήση ασαφής λογικής (fuzzy logic), κατασκεύασε 2 ελεγκτές ξεχωριστά, DYC και ενεργός έλεγχος στρέψεις εμπρός άξονα (Active Front Steering ,AFS) και μετά τους ενσωμάτωσε. Ο συνδυασμός των ελεγκτών ήταν αποδοτικότερος σε σχέση με τους ελεγκτές να λειτουργούν ανεξάρτητα.

Η δυναμική ευστάθεια των ηλεκτρικών οχημάτων, ειδικά αυτών με κίνηση και στους τέσσερις τροχούς, μελετάτε σε συνδυασμό με τον έλεγχο του yaw rate [12, 13]. Όταν επιχειρείται ο έλεγχος των δυναμικών χαρακτηριστικών του οχήματος, χρειάζεται ένα σήμα αναφοράς να δίνεται στους ελεγκτές. Αυτό το σήμα μπορεί να προέρχεται από μια πλειάδα πηγών, αλλά ιδανικά είναι επιθυμητό το όχημα να συμπεριφέρεται σαν «ιδανικό». Σε αυτή τη περίπτωση μπορούν να χρησιμοποιηθούν τεχνικές μοντελοποίησης ώστε να ταιριάξουν το μοντέλο στο όχημα. Ο Nagai [14] εφάρμοσε μια τέτοια μέθοδο με καλά αποτελέσματα, σε αυτήν ένα feedforward steering επιλέγει την είσοδο στο σύστημα διεύθυνσης και ένας βρόχος ανάδρασης εξαλείφει τα όποια λάθη στην έξοδο.

Μέχρι στιγμής όλα τα παραδείγματα που αναφέρθηκαν αφορούν την ενοποίηση του προστινού συστήματος διεύθυνσης με την ανεξάρτητη πέδηση των 4 τροχών. Όμως, υπάρχει και η εναλλακτική της ενοποίησης της τετραδιεύθυνσης και της ανεξάρτητης πέδης των τροχών, με θεωρητικό πλεονέκτημα ότι λόγω της επιπλέον εισόδου, δίνει μεγαλύτερο έλεγχο στη συμπεριφορά του οχήματος. Ο Salman [15] κάνει κάτι παρόμοιο, χρησιμοποιώντας μόνο το πίσω σύστημα διεύθυνσης και το σύστημα πέδησης για το δυναμικό έλεγχο του οχήματος αφήνοντας στον οδηγό τον έλεγχο του μπροστινού συστήματος διεύθυνσης. Ο ίδιος σε άλλη μελέτη του εξετάζει το συνδυασμό του μπροστινού συστήματος διεύθυνσης με το σύστημα πέδησης [16], ωστόσο αν και οι δύο προσεγγίσεις βελτιώνουν την ευστάθεια του οχήματος, δεν υπάρχει ξεκάθαρο συμπέρασμα για την υπεροχή μιας εκ των δύο.

Είδαμε νωρίτερα [11] ότι DYC και AFS μπορούν να σχεδιαστούν ανεξάρτητα μεταξύ τους και μετά να συνδυαστούν, χωρίς να γίνεται μνεία για το πως ο συνδυασμός αυτός μπορεί να υλοποιηθεί. Ο He [17] παρουσιάζει τα 2 υποσυστήματα (AFS & DYC) και προτείνει μια ολοκληρωμένη προσέγγιση στην ενσωμάτωσή τους. Το σύστημα AFS βελτιώνει την κατευθυντικότητα στις χαμηλές και μέσες πλευρικές επιταχύνσεις ενώ το DSC περιορίζει την γωνία πλαγιολίσθησης του οχήματος κατά την διάρκεια επικίνδυνων ελιγμών, κατά αυτόν το τρόπο τα δύο συστήματα συμπληρώνουν το ένα το άλλο.

Στο [17] ένα από τα κυριότερα ευρήματα είναι ότι η γωνία πλαγιολίσθησης του οχήματος είναι άμεσα συνδεδεμένη με την ευστάθεια του οχήματος, και ως εκ τούτου γίνεται αποδεκτό ότι πρέπει να περιορίζεται για να διατηρεί το όχημα την ευστάθειά του. Σε αυτό φαίνεται να συναινούν και άλλες έρευνες για αυτό και προσπαθούν να ελέγξουν ταυτόχρονα και την γωνία πλαγιολίσθησης και το yaw rate.

4 Μοντελοποίηση

Τα μοντέλα του οχήματος και των ελαστικών πρέπει να αντικατοπτρίζουν τα πραγματικά δυναμικά χαρακτηριστικά, καθώς το σημείο λειτουργίας του οχήματος και των ελαστικών καθορίζουν την αποτελεσματικότητα του συστήματος ελέγχου. Είναι κοινός τόπος η χρήση τόσο γραμμικών όσο και μη γραμμικών μοντέλων, με τα γραμμικά μοντέλα να χρησιμοποιούνται στο σχεδιασμό των ελεγκτών και τα μη γραμμικά μοντέλα να χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση των ελεγκτών. Τα γραμμικά μοντέλα έχουν περιορισμένα εύρος λειτουργίας λόγω των υποθέσεων που έχουν γίνει στη φάση του σχεδιασμού τους. Το πλεονέκτημά τους όμως είναι ότι ακριβώς για αυτό το λόγο επιτρέπουν τη χρήση πιο εύχρηστων εργαλείων για τη κατασκευή του μοντέλου. Στην άλλη περίπτωση αυτή των μη γραμμικών μοντέλων, επειδή έχουν μεγαλύτερο εύρος λειτουργίας τα καθιστά ιδανικά για την αξιολόγηση των ελεγκτών.

4.1 Μοντελοποίηση του οχήματος

Η μοντελοποίηση του οχήματος αφορά την μοντελοποίηση της δυναμικής συμπεριφοράς του οχήματος και το μοντέλο πρέπει να ακριβές και να αντιπροσωπεύει επαρκώς τη δυναμική συμπεριφορά του οχήματος που περιγράφει. Κοινή παρατήρηση είναι ότι μεγάλες τιμές επιτάχυνσης στο διαμήκη άξονα, επειδή επηρεάζουν σημαντικά την ταχύτητα του οχήματος, είναι πιθανόν να δημιουργήσουν σημαντικά προβλήματα στα γραμμικά μοντέλα, ενώ τα μη γραμμικά δεν επηρεάζονται το ίδιο δραματικά, εξαιτίας του ότι είναι έγκυρα σε ένα μεγαλύτερο εύρος συνθηκών. Στην διαθέσιμη βιβλιογραφία είναι κοινά αποδεκτό ότι οι υποθέσεις που έγιναν κατά τον σχεδιασμό του ελεγκτή ορίζουν την αποτελεσματικότητα του ελεγκτή. Ένα τέτοιο παράδειγμα φαίνεται στο [18] όπου συγκρίνονται διάφορες προσεγγίσεις.

4.2 Γραμμικά μοντέλα

Για έλεγχο μόνο μέσο του συστήματος πέδησης, η πιο δημοφιλής επιλογή είναι μοντέλα με δύο βαθμούς ελευθερίας [7,8,19], με το yaw rate και είτε την εγκάρσια επιτάχυνση ή είτε τη γωνία πλαγιολίσθησης τα σήματα ελέγχου.

Υποθέσεις συνήθως γίνονται για να διατηρήσουν τα γραμμικά μοντέλα όσο πιο απλοϊκά γίνεται, διατηρώντας όμως παράλληλα και το μοντέλο όσο πιο αντιπροσωπευτικό του πραγματικού οχήματος γίνεται. Οι υποθέσεις που γίνονται συνήθως αφορούν τη ταχύτητα του οχήματος, η οποία παραμένει σταθερή, και ότι οι «γωνίες» είναι όλες μικρές. Οι γωνίες αυτές περιλαμβάνουν το σύστημα διεύθυνσης και της γωνίες ολίσθησης. Το μοντελο ποδηλάτου (bicycle model) για παράδειγμα, είναι εξαρτημένο από την ταχύτητα, έτσι αν υποθέσουμε ότι η ταχύτητα παραμένει σταθερή, απλοποιούμε σημαντικά τις εξισώσεις. Ο Hac [20] χρησιμοποιεί ένα μοντέλο με 3 βαθμούς ελευθερίας, αλλά επιλέγει να αγνοήσει τον κατακόρυφο άξονα ώστε να δημιουργήσει μια δισδιάστατη χαρτογράφηση. Ο Carlson [21] επιλέγει να μετατρέψει σε γραμμικό ένα μη γραμμικό μοντέλο για τη δημιουργία του ελεγκτή, με το yaw angle και τις διαμήκης δυνάμεις των ελαστικών να είναι τα σήματα εισόδου του μοντέλου.

4.3 Μη γραμμικά μοντέλα

Ο Jang [6] χρησιμοποίησε ένα μη γραμμικό μοντέλο με 8 βαθμούς ελευθερίας για το σχεδιασμό του ελεγκτή και για την εξομίωση. Υπό μεγάλες τιμές επιτάχυνσης, η γωνία της εγκάρσιας περιστροφής του οχήματος είναι δυνατόν να πάρει μεγάλες τιμές για αυτό και ο Salman [15] περιλαμβάνει την κατακόρυφη δυναμική του οχήματος στο μη γραμμικό μοντέλο του με τρεις βαθμούς ελευθερίας, για έλεγχο με 4WS και πέδηση.

Τα μοντέλα των οχημάτων που χρησιμοποιούνται στην μοντελοποίηση χωρίζονται σε single track ή μοντέλο ποδηλάτου (bicycle model) και στο two track, το τελευταίο είναι απλά η επέκταση του πρώτου. Στο μοντελο ποδηλάτου οι τροχοί του κάθε άξονα θεωρούνται ενωμένοι και βρίσκονται στην ίδια ευθεία με το κέντρο βάρους.

5 Μοντελοποίηση των ελαστικών

Η δυναμική συμπεριφορά των ελαστικών πρέπει να λαμβάνεται υπόψη στο σχεδιασμό του μοντέλου, καθώς τα ελαστικά είναι τα μόνα που είναι σε επαφή με το δρόμο και επιπλέον, είναι αυτά που είναι υπεύθυνα για τη δημιουργία των δυνάμεων που δρουν πάνω στο όχημα. Γενικά η συμπεριφορά των ελαστικών είναι πολύπλοκη και συμπεριφέρονται μη γραμμικά σχεδόν σε όλο το εύρος λειτουργίας τους, αλλά είναι δυνατό να περιγραφεί η συμπεριφορά τους ως γραμμική μόνο για ένα μικρό εύρος, π.χ. μικρές γωνίες ολίσθησης.

Τα πιο συχνά μοντέλα ελαστικών που χρησιμοποιούνται στη βιβλιογραφία είναι :

Γραμμικά μοντέλα: στα οποία η συμπεριφορά του ελαστικού είναι γραμμική, με την προϋπόθεση ότι οι γωνίες είναι μικρές.

Racejka Magic Formula Tyre Model [22]: είναι ένα μη γραμμικό εμπειρικό μοντέλο, που παραμετροποιείται εύκολα.

Dugoff Tyre Model [23]: είναι μη γραμμικό μοντέλο.

Οι περισσότεροι ερευνητές χρησιμοποιούν τα γραμμικά μοντέλα, με τους υπόλοιπους να χωρίζονται μεταξύ των υπόλοιπων 2 μοντέλων. Τέλος κάποιои ερευνητές φτιάχνουν τα δικά τους μοντέλα, κατασκευασμένα για να εξυπηρετούν καλύτερα τις ανάγκες τους.

Τα γραμμικά μοντέλα ελαστικών χρησιμοποιούνται κυρίως όταν χρειάζονται σήματα εισόδου με μικρό εύρος και μικρές τιμές με τα αντίστοιχα σήματα εξόδου. Τα γραμμικά μοντέλα χρησιμοποιούνται για το σχεδιασμό του ελεγκτή, κυρίως γιατί απλοποιείται η διαδικασία. Όμως και σε αυτή τη περίπτωση πρέπει να δίδεται η απαραίτητη προσοχή για να μην ξεπερνιέται το εύρος λειτουργίας.

Το Dugoff tyre model χρησιμοποιείται από το Zhao στο σχεδιασμό του ελεγκτή [24], για τον έλεγχο της εγκάρσιας ταχύτητας και του yaw rate χρησιμοποιώντας διαφορική πέδηση. Ο Pilutti [7] χρησιμοποιεί ένα μη γραμμικό μοντέλο ελαστικών στο σχεδιασμό του ελεγκτή, συνεχίζοντας της έρευνα του για το σημείο της βέλτιστης περιοχής του BBS χρησιμοποιώντας το μοντέλο του Racejka.

Το μοντέλο του Racejka χρησιμοποιείται ευρέως επειδή μπορεί να παραμετροποιηθεί εύκολα. Σε αυτό το μοντέλο οι εγκάρσιες και διαμήκης δυνάμεις των ελαστικών ορίζονται σαν συνάρτηση των αντίστοιχων παραμέτρων ολίσθησης. Συνδυασμένη ολίσθηση μπορεί ακόμα να αναπαρασταθεί στο μοντέλο, καθιστώντας το πολύ ευέλικτο. Ο Sharp [25] παρουσίασε μια μέθοδο με την οποία μπορείς να φτιάξεις τις καμπύλες του ελαστικού έχοντας περιορισμένα δεδομένα.

6 Torque Vectoring

Ως torque vectoring ορίζεται:

“η εσκεμμένη μη ομοιόμορφη κατανομή των δυνάμεων πέδησης ή έλξης στους τροχούς ώστε να δημιουργείται ροπή γύρω από τον κατακόρυφο άξονα περιστροφής του οχήματος” [26]

Ή αλλιώς ο έλεγχος της κατακόρυφης περιστροφής του οχήματος μέσω των διαμηκών δυνάμεων των ελαστικών.

Η έρευνα στο αντικείμενο του torque vectoring είναι εκτενής. Χρησιμοποιείται από την αυτοκινητοβιομηχανία αρκετά χρόνια και προσδίδει βελτιωμένα δυναμικά χαρακτηριστικά στα οχήματα βελτιώνοντας και την ενεργητική ασφάλεια των. [6,27]

Το torque vectoring στα αυτοκίνητα παραδοσιακά εφαρμόζεται με χρήση μηχανικών μέσων όπως τα διαφορικά περιορισμένης ολίσθησης και το σύστημα πέδησης του οχήματος.

Στην πτυχιακή αυτή το αντικείμενο μελέτης έχει και τους 4 τροχούς μηχανικά ανεξάρτητους μεταξύ τους. Στην διεθνή βιβλιογραφία υπάρχουν αρκετά προτεινόμενα μοντέλα για το πως μπορεί να επιτευχθεί το torque vectoring. Στο [28] έχοντας υιοθετήσει το μοντέλο με 4 ανεξάρτητους τροχούς, μας δείχνει ότι η εφαρμογή του torque vectoring βελτίωσε τις επιδόσεις του οχήματος.

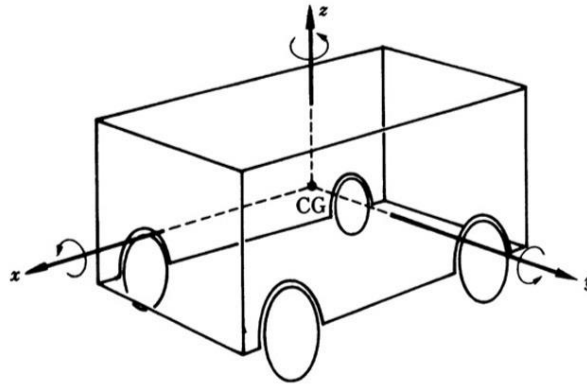
Ο Selthur [29] αναπτύσσει ένα μοντέλο με άμεσο έλεγχο της ταχύτητας περιστροφής γύρω από τον άξονα z (direct yaw control, DYC) με δύο ανεξάρτητους ηλεκτρικούς κινητήρες στον ίδιο άξονα. Τα αποτελέσματα της εξομοίωσης δείχνουν ότι ο έλεγχος της περιστροφής γύρω από τον κάθετο άξονα μπορεί να επιτευχθεί μόνο μέσω της διαφοράς ροπής στους ηλεκτροκινητήρες. Χωρίς να χρειάζεται η χρήση του τιμονιού, μόνο οι δυνάμεις από τους ηλεκτροκινητήρες χρησιμοποιούνται για την περιστροφή γύρω από τον κάθετο άξονα.

Ένα παρόμοιο σύστημα παρουσιάζεται και στο [30] χρησιμοποιώντας feedforward και feedback βρόχους. Η εξομοίωση έδειξε ότι η γωνία διολίσθησης μειώθηκε δραματικά και ότι ο έλεγχος της κατακόρυφης περιστροφής μέσω των ηλεκτροκινητήρων ήταν επιτυχής.

7 Εικονικό τετράτροχο όχημα

Για τη μελέτη της δυναμικής συμπεριφοράς του οχήματος, υιοθετείτε ένα τυπικό μαθηματικό μοντέλο. Το μοντέλο αυτό έχει τέσσερις τροχούς, με τους μπροστινούς να μπορούν να στρίψουν, και όλοι να είναι τοποθετημένοι σε ένα απόλυτα στιβαρό σώμα. Επιβατικά αυτοκίνητα, φορτηγά, λεωφορεία και αγροτικά μηχανήματα, αν και εκ πρώτης όψης φαίνονται να μην έχουν κοινά μεταξύ τους, χρησιμοποιώντας ένα απλό τετράτροχο μαθηματικό μοντέλο, είναι δυνατόν να μελετήσετε την βασική δυναμική συμπεριφορά τους.

Στο μαθηματικό μοντέλο οχήματος της εικόνας 1,1, οι τροχοί θεωρούνται χωρίς μάζα και το σώμα του μοντέλου αντιπροσωπεύει την ολική μάζα του οχήματος. Το σύστημα αναφοράς είναι τοποθετημένο στο όχημα, ο άξονας x είναι κατά τον διαμήκη άξονα, ο άξονας y είναι κατά τον εγκάρσιο άξονα και τέλος, ο άξονας z είναι στον κατακόρυφο άξονα. Το σημείο μηδέν των αξόνων βρίσκεται στο κέντρο βάρους του οχήματος.



εικ. 1 δυναμικό μοντέλο οχήματος

Υιοθετώντας αυτό το σύστημα συντεταγμένων, το όχημα έχει 6 βαθμούς ελευθερίας

1. Κατακόρυφη κίνηση στον άξονα z
2. Εγκάρσια κίνηση στον άξονα y
3. Διαμήκη κίνηση στον άξονα x
4. Περιστροφή γύρω από τον άξονα x (rolling)
5. Περιστροφή γύρω από τον άξονα y (pitching)
6. Περιστροφή γύρω από τον άξονα z (yawing)

Τα παραπάνω μπορούν να χωριστούν σε 2 ομάδες. Η μία ομάδα είναι αυτή των 1,3,5, αυτά είναι κινήσεις οι οποίες δεν σχετίζονται άμεσα με το μηχανισμό του συστήματος διεύθυνσης. Το 1 είναι η κατακόρυφη κίνηση που προκαλείται από το οδόστρωμα και τις όποιες ανωμαλίες αυτού και αφορά την ποιότητα κύλισης του οχήματος. Το 3 είναι η διαμήκη κίνηση του οχήματος που οφείλεται στις δυνάμεις έλξης ή πέδησης του οχήματος. Τέλος η κίνηση 5 προκαλείται είτε από το οδόστρωμα είτε υπό τη δράση της επιτάχυνσης, θετική ή αρνητική, και σχετίζεται με την κύλιση του οχήματος.

Τα 2 και 6 δημιουργούνται πρωτίστως από τη δράση του συστήματος διεύθυνσης. Η 4 δημιουργείται από τις 2 και 6, αλλά μπορεί να προκαλείται και από το οδόστρωμα.

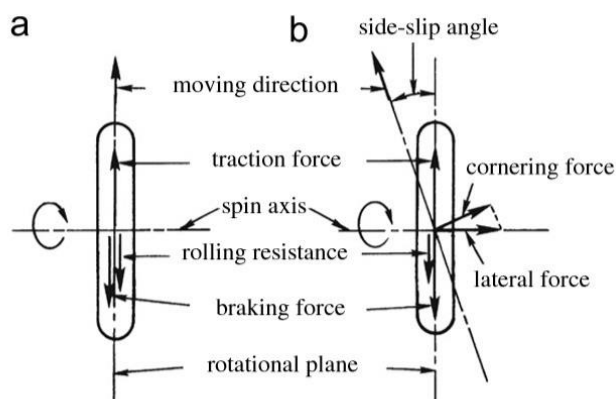
Όπως περιεγράφηκε νωρίτερα, το όχημα μπορεί να μετακινείται ελεύθερα σε οποιαδήποτε κατεύθυνση ως προς το έδαφος. Όμως η συμπεριφορά που αφορά το παρόν κείμενο, είναι αυτή των 2,4 και 6, των οποία η συμπεριφορά σχετίζεται με το σύστημα διεύθυνσης.

8 Ελαστικά και εγκάρσιες δυνάμεις

Γενικά, όταν ένα όχημα μετακινείται σε ευθεία γραμμή, η κατεύθυνση του συμπίπτει με αυτή των ελαστικών. Όμως, όταν το όχημα μετακινείται εγκάρσια

και/ή περιστρέφεται γύρω από τον άξονα z, η διεύθυνση του οχήματος μπορεί να μην συμπίπτει με αυτή των τροχών.

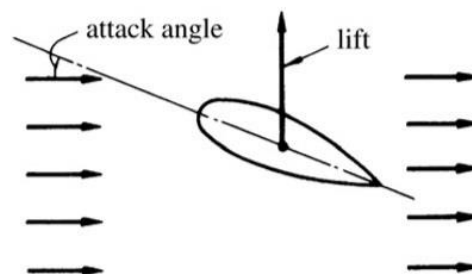
Στην εικόνα 2,1 απεικονίζεται η κάτοψη 2 τροχών, στο α το επίπεδο περιστροφής του τροχού συμπίπτει με τη διεύθυνση της κίνησης, στο β όμως δεν συμβαίνει αυτό. Το επίπεδο περιστροφής του τροχού έχει γωνία με την κατεύθυνση κίνησης, η γωνία αυτή ονομάζεται γωνία πλαγιολίσθησης ή side slip angle.



εικ.2 ελαστικά οχήματος σε κίνηση

Στο τροχό ακόμα επενεργεί μία δύναμη έλξης ή πέδησης, αν είναι ο εν λόγω τροχός κινητήριος. Επίσης η δύναμη της αντίστασης κύλισης είναι πάντα παρόν. Εάν ο τροχός έχει γωνία πλαγιολίσθησης (side slip angle), όπως ο β της εικόνας 2, μία δύναμη κάθετη στο επίπεδο περιστροφής του δημιουργείται. Αυτή η δύναμη μπορεί να χαρακτηριστεί ως μία δύναμη αντίδρασης, η οποία εμποδίζει την εγκάρσια ολίσθηση όταν ο τροχός έχει γωνία πλαγιολίσθησης. Η δύναμη αυτή ονομάζεται εγκάρσια δύναμη, ενώ η δύναμη που δρα κάθετα στο επίπεδο περιστροφής του τροχού ονομάζεται γωνιακή δύναμη. Όταν η γωνία πλαγιολίσθησης είναι μικρή, αυτές οι δύο δυνάμεις μπορούν να θεωρηθούν ίδιες.

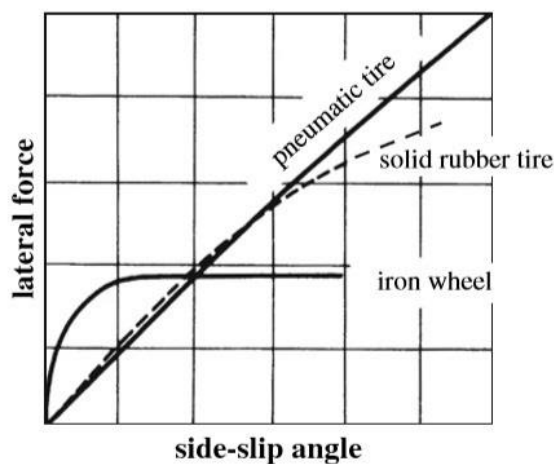
Αυτή η δύναμη είναι αντίστοιχη με την δύναμη άντωσης που συναντάμε στην δυναμική ρευστών, όταν ένα σώμα κινείται μέσα σε ρευστό υπό γωνία, όπως φαίνεται στη εικόνα 3.



εικ. 3 δύναμη άντωσης

Υπάρχουν πολλοί συνδυασμοί τροχών επίσωτρον και όλοι παράγουν μία κάθετη δύναμη στο επίπεδο περιστροφής τους, όταν αυτοί περιστραφούν με

πλαγιολίσθηση. Η εικόνα 4 δείχνει ένα συγκριτικό γράφημα για το μέγεθος της εγκάρσιας δύναμης που αναπτύσσονται σε μικρές γωνίες πλαγιολίσθησης (side slip angles) ένας πνευματικός τροχός, ένας τροχός με συμπαγή επίσωτρο και ένας μεταλλικός τροχός.



εικ. 4 εγκάρσιες δυνάμεις για διαφορετικά είδη τροχών

Είναι φανερό από την εικόνα 4 ότι το μέγεθος της παραγόμενης δύναμης εξαρτάται από το τύπο του τροχού και μπορεί να είναι πολύ διαφορετικό. Πιο συγκεκριμένα, η μέγιστη δυνατή δύναμη που μπορεί να παραχθεί από έναν μεταλλικό τροχό είναι λιγότερο από το 1/3 από αυτή ενός λαστιχοφόρου τροχού. Συγκριτικά με ένα τροχό με συμπαγή επίσωτρο, ο πνευματικός τροχός μπορεί να παράγει μεγαλύτερη δύναμη. Στα οχήματα που κινούνται ελεύθερα στο επίπεδο, χωρίς περιορισμούς, είναι επιθυμητό να τοποθετούνται πνευματικά ελαστικά για τη δυνατότητα τους να παράγουν μεγάλες εγκάρσιες δυνάμεις και φυσικά για τη ποιότητα κύλισης που προσφέρουν.

9 Εξισώσεις κίνησης του οχήματος χωρίς περιστροφή γύρω από τον άξονα x (κύλιση, roll)

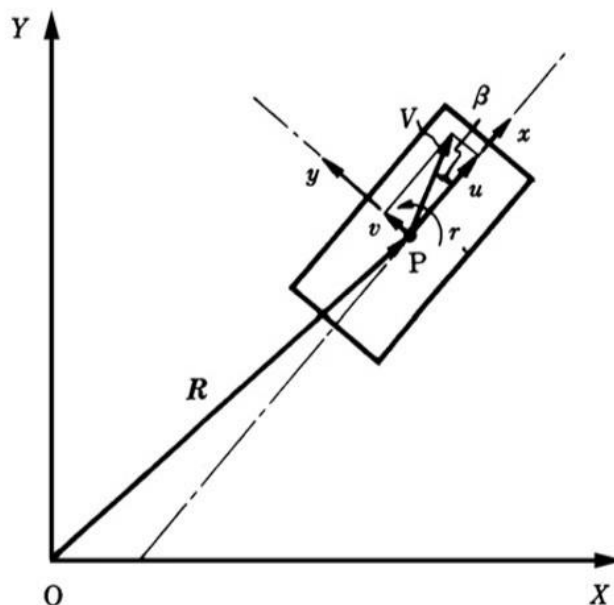
Προηγουμένος αναφέρθηκε ότι θα επικεντρωθεί η προσοχή μας στην εγκάρσια κίνηση, στη κύλιση και στο yaw. Παρότι περιορίσαμε τους βαθμούς ελευθερίας, χρειάζονται και άλλες παραδοχές για μεγαλύτερη απλοποίηση. Τα μεταβατικά φαινόμενα, όπως για παράδειγμα η στιγμιαία επιτάχυνση ή επιβράδυνση παραλείπονται. Με αυτή τη συνθήκη, μπορούμε να υποθέσουμε ότι κινείται με σταθερή ταχύτητα και (προσωρινά) χωρίς κύλιση. Αφού το όχημα κινείται με σταθερή ταχύτητα και χωρίς κύλιση, είναι δυνατό να παραληφθεί το ύψος του και το όχημα ουσιαστικά να είναι η προβολή της κάτοψής του στο επίπεδο.

Για να περιγράψουμε την κίνηση του οχήματος, χρειάζεται ο ορισμός ενός συστήματος αναφοράς.

10 Εξισώσεις κίνησης με το σύστημα αναφοράς το ίδιο το όχημα

Θεωρώντας ότι το όχημα κινείται σε οριζόντιο επίπεδο, η διαμήκη και εγκάρσια κατεύθυνση του αλλάζουν συνεχώς, αν το σημείο αναφοράς είναι σταθερό στο επίπεδο. Αν το σημείο αναφοράς όμως είναι πάνω στο όχημα, τότε ανεξάρτητα από τη φορά και τη διεύθυνση κίνησης του οχήματος, όλοι περιορισμοί μένουν πρακτικά αμετάβλητοι. Οπότε και είναι πιο πρακτικό να περιγράψουμε την κίνηση του οχήματος με σταθερό σύστημα αναφοράς πάνω στο ίδιο το όχημα.

Όπως φαίνεται στην εικόνα 5, $X-Y$ είναι οι σταθερές στο επίπεδο συντεταγμένες και $x-y$ είναι οι καρφίτσωμένες στο όχημα συντεταγμένες, x στο διαμήκη άξονα και y στον εγκάρσιο άξονα. Το σημείο μηδέν των αξόνων βρίσκεται στο κέντρο βάρους του οχήματος, P . Η θετική φορά περιστροφής γύρω από τον άξονα z ορίζεται η αριστερόστροφη.



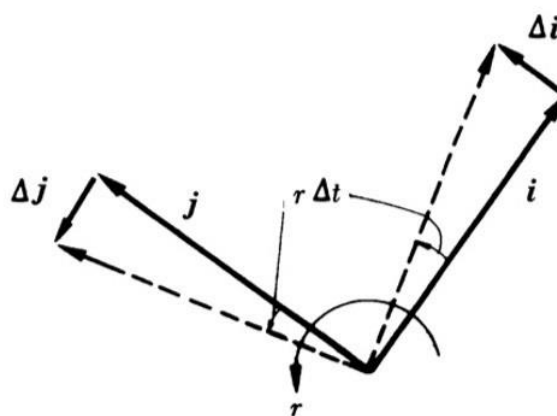
εικ. 5 άξονες συντεταγμένων για κίνηση οχήματος σε επίπεδο

Το όχημα θεωρείται ότι κινείται στο επίπεδο με κάποια ταχύτητα. Το διάνυσμα θέσης, P , ορισμένο στο σύστημα αναφοράς $X-Y$, ορίζεται ως R . Το διάνυσμα της ταχύτητας, \dot{R} , μπορεί να γραφτεί :

$$\dot{R} = ui + vj \quad (1)$$

Εδώ, τα i και j είναι τα αντίστοιχα διανύσματα στους άξονες x και y . Τα u και v είναι οι ταχύτητες του σημείου P στους άξονες x και y αντίστοιχα. Παραγωγίζοντας ως προς το χρόνο την εξίσωση 1, η επιτάχυνση μπορεί να γραφτεί ως διάνυσμα του σημείου P , όπως φαίνεται παρακάτω. Τα $'$ και $'\cdot'$ σημαίνουν d/dt και d^2/dt^2

$$\ddot{\mathbf{R}} = u\dot{i} + \dot{u}i + v\dot{j} + \dot{v}j \quad (2)$$



εικ. 6 παράγωγος ως προς το χρόνο μοναδιαίων διανυσμάτων

Το σύστημα συντεταγμένων είναι "καρφίτσωμένο" στο όχημα, το ίδιο το όχημα έχει μια γωνιακή ταχύτητα r γύρω από τον κάθετο άξονα που διέρχεται από το σημείο P , αυτή η γωνιακή ταχύτητα ονομάζεται yaw velocity ή yaw rate.

Οι αλλαγές στα i και j με το χρόνο Δt , όπως φαίνεται στην εικόνα 6 είναι:

$$\Delta i = r\Delta t j$$

$$\Delta j = -r\Delta t i$$

οπότε,

$$\dot{i} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta i}{\Delta t} = rj$$

$$\dot{j} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta j}{\Delta t} = -ri$$

Το διάνυσμα της επιτάχυνσης του σημείου P, $\ddot{\mathbf{R}}$ είναι:

$$\ddot{\mathbf{R}} = (\dot{u} - vr)\mathbf{i} + (\dot{v} + ur)\mathbf{j} \quad (3)$$

Στην εικόνα 5, η γωνία μεταξύ του διαμήκη άξονα και της διεύθυνσης της κίνησης, β , εκφράζεται από τη σχέση $\tan^{-1}(v/u)$. Αυτή η γωνία ονομάζεται γωνία ολίσθησης του κέντρου βάρους του οχήματος. Σε κανονικές συνθήκες κίνησης του οχήματος, επειδή η $u \gg v$, η β θεωρείται πολύ μικρή. Επίσης, αν η ταχύτητα του οχήματος είναι σταθερή, τότε $V = \sqrt{u^2 + v^2}$ είναι επίσης σταθερό.

Συχνά είναι ευκολότερο να περιγράφεται η κίνηση χρησιμοποιώντας τη γωνία β , από ότι τη κίνηση του σημείου P με τα u και v . Με άλλα λόγια, αν η β είναι μικρή:

$$u = V \cos \beta \approx V, \quad v = V \sin \beta \approx V\beta,$$

$$\dot{u} = -V \sin \beta \dot{\beta} \approx -V\beta \dot{\beta}, \quad \dot{v} = V \cos \beta \dot{\beta} \approx V\dot{\beta}$$

Οι εξισώσεις (3) και (1) μπορούν να γραφούν:

$$\ddot{\mathbf{R}} = -V(\dot{\beta} + r)\beta\mathbf{i} + V(\dot{\beta} + r)\mathbf{j} \quad (3)'$$

$$\dot{\mathbf{R}} = V\mathbf{i} + V\beta\mathbf{j} \quad (1)'$$

Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (1)' και (3)', μπορεί να δειχθεί ότι το εσωτερικό γινόμενο του διανύσματος $\ddot{\mathbf{R}}$ και του διανύσματος $\dot{\mathbf{R}}$, είναι $\ddot{\mathbf{R}} \cdot \dot{\mathbf{R}} = 0$. Με άλλα λόγια το $\ddot{\mathbf{R}}$ είναι κάθετο στο $\dot{\mathbf{R}}$ στην κατεύθυνση κίνησης του σημείου P. Η εξίσωση (4)' δείχνει ότι εάν η γωνία β είναι μικρή, η επιτάχυνση του σημείου β έχει μέγεθος $V(\dot{\beta} + r)$, και είναι κάθετη στην κίνηση του οχήματος όπως φαίνεται στην εικόνα 7. Όταν η γωνία β είναι μικρή, είναι δυνατόν να θεωρηθεί ότι το προαναφερθέν κάθετο στην κίνηση διάνυσμα συμπήπτει με την με τον άξονα y . Οπότε ένα όχημα που κινείται με σταθερή ταχύτητα, ανεξάρτητα από τη κίνηση που διαγράφει σε σχέση με το σύστημα αναφοράς X-Y, θα έχει επιτάχυνση $V(\dot{\beta} + r)$ στον άξονα y .

Οι κινήσεις, εγκάρσια και περιστροφή γύρω από τον άξονα z , του οχήματος θα δημιουργήσουν γωνίες ολίσθησης στα ελαστικά. Μια εγκάρσια δύναμη θα δημιουργηθεί στο ελαστικό σαν αντίδραση της γωνίας ολίσθησης. Αυτή η δύναμη είναι που καθορίζει την κίνηση του οχήματος.

Στην εικόνα 8α η γωνία των μπροστινών 2 τροχών ως προς τον άξονα x είναι η γωνία από το σύστημα διεύθυνσης, δ , και οι γωνίες πλαγιολίσθησης των τεσσάρων τροχών είναι $\beta_{f1}, \beta_{f2}, \beta_{r1}, \beta_{r2}$. Οι εγκάρσιες δυνάμεις που δρουν στα ελαστικά είναι $Y_{f1}, Y_{f2}, Y_{r1}, Y_{r2}$. Οι δυνάμεις αυτές θεωρείται ότι δρουν κάθετα στην διεύθυνση κίνησης του τροχού. Αν $\delta \ll 1$, τότε η εγκάρσια κίνηση του οχήματος περιγράφεται ως

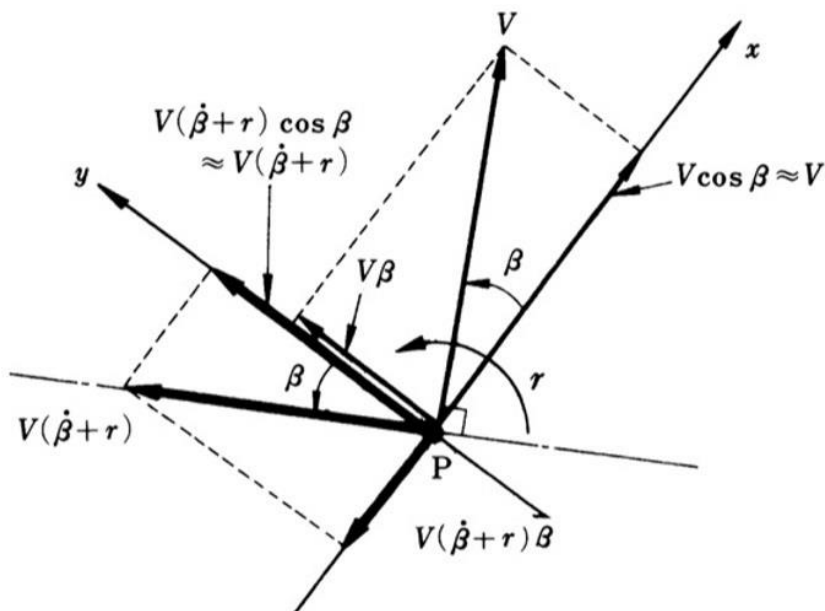
$$mV \left(\frac{d\beta}{dt} + r \right) = Y_{f1} + Y_{f2} + Y_{r1} + Y_{r2} \quad (4)$$

m είναι η μάζα του οχήματος.

Αυτές οι εγκάρσιες δυνάμεις έχουν αποτέλεσμα και μια ροπή περιστροφής γύρω από κέντρο βάρους του οχήματος, αναγκάζοντας το σε περιστροφή γύρω από τον άξονα z η οποία περιγράφεται ως

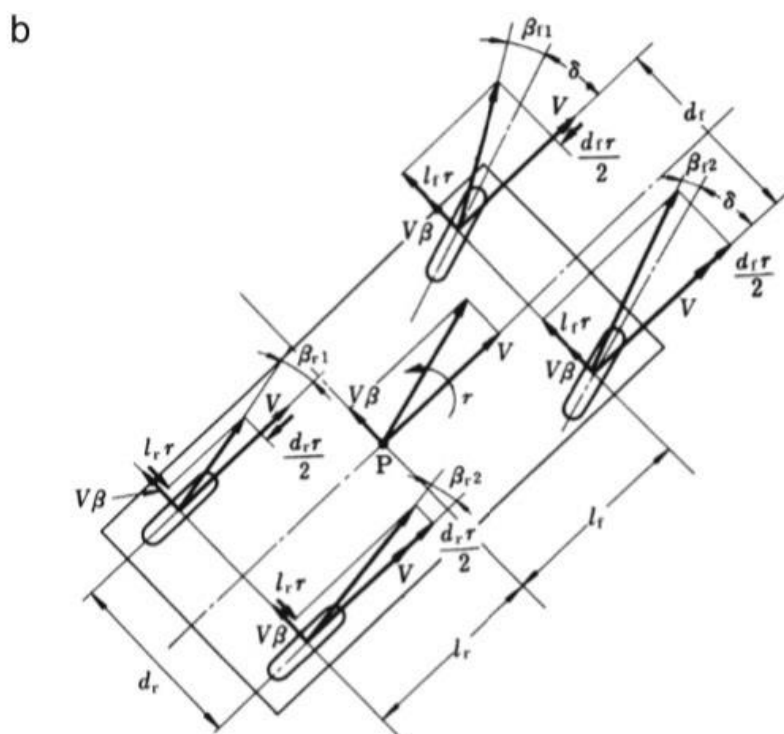
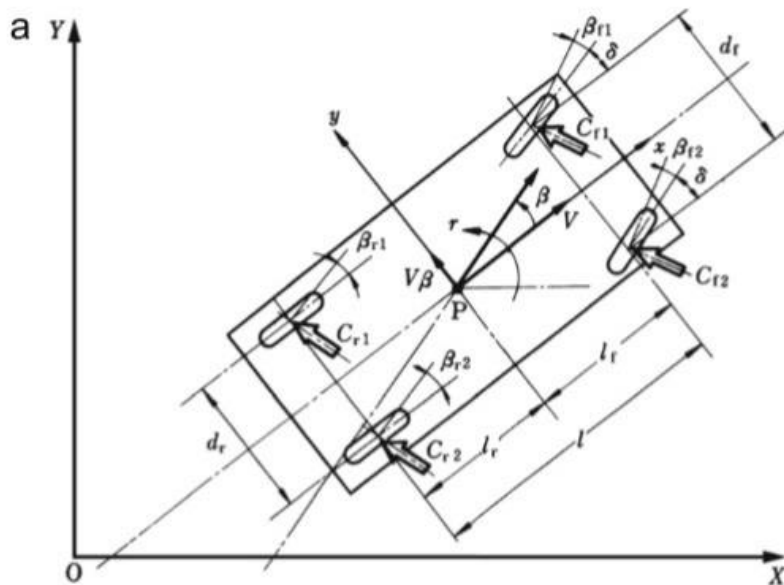
$$I \frac{dr}{dt} = l_f(Y_{f1} + Y_{f2}) - l_r(Y_{r1} + Y_{r2}) \quad (5)$$

εδώ με I περιγράφεται η ροπή αδρανείας γύρω από τον άξονα z. l_f και l_r είναι οι αποστάσεις του μπροστινού και του πίσω άξονα από το κέντρο βάρους αντίστοιχα.



εικ. 7 επιτάχυνση και ταχύτητα του σημείου P

Οι εγκάρσιες δυνάμεις θεωρείται ότι δρουν καταμήκος του άξονα. Οι εξισώσεις (4) και (5) είναι οι βασικές εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση του οχήματος σε επίπεδο με σταθερή ταχύτητα και χωρίς κύλιση(roll).



εικ. 8 (α) κίνηση οχήματος σε επίπεδο (β) γωνία ολίσθησης κάθε ελαστικού

Για να μελετήσουμε σε μεγαλύτερο βάθος τις εγκάρσιες δυνάμεις Y_{f1} , Y_{f2} , Y_{r1} , Y_{r2} , που δρουν στα ελαστικά, είναι πρώτα απαραίτητο να εξετάσουμε την αντίστοιχη τους γωνία ολίσθησης, β_{f1} , β_{f2} , β_{r1} , β_{r2} . Σαν γωνία πλαγιολίσθησης ορίζεται η γωνία που σχηματίζεται από τη κατεύθυνση κίνησης του ελαστικού και τη κατεύθυνση

κίνησης του τροχού. Το σώμα του οχήματος έχει μία συνιστώσα V στο διαμήκη άξονα x και μία συνιστώσα $V\beta$ στον εγκάρσιο άξονα y . Το όχημα επίσης έχει και μια γωνιακή ταχύτητα r γύρω από το κέντρο βάρους. Συνεπώς, κάθε τροχός θα έχει τη συνιστώσα της ταχύτητας του κέντρου βάρους και τη ταχύτητα περιστροφής του κέντρου βάρους. Οι συνιστώσες της ταχύτητας στους άξονες x και y για κάθε τροχό φαίνονται στην εικόνα 8b. Η διεύθυνση κίνησης των μπροστινών τροχών έχει μια γωνιακή μετατόπιση δ , ως προς το διαμήκη άξονα x του οχήματος. Αυτή είναι η γωνία από το σύστημα διεύθυνσης. Η διεύθυνση κίνησης των πίσω τροχών συμπίπτει με αυτή του διαμήκη άξονα του οχήματος. Επομένως, η γωνία ολίσθησης για κάθε ελαστικό μπορεί να γραφτεί

$$\beta_{f1} \approx \frac{V\beta + l_f r}{V - d_f r/2} - \delta \approx \beta + \frac{l_f r}{V} - \delta$$

$$\beta_{f2} \approx \frac{V\beta + l_f r}{V + d_f r/2} - \delta \approx \beta + \frac{l_f r}{V} - \delta$$

$$\beta_{r1} \approx \frac{V\beta - l_r r}{V - d_r r/2} \approx \beta - \frac{l_r r}{V}$$

$$\beta_{r2} \approx \frac{V\beta - l_r r}{V + d_r r/2} \approx \beta - \frac{l_r r}{V}$$

Όπου d_f και d_r είναι το εμπρός και πίσω μετατρόχιο. Οι όροι β , $l_f r/V$, $l_r r/V$, $d_f r/2V$ και $d_r r/2V$ μπορούν να θεωρηθούν $\ll 1$ και μπορούν να αγνοηθούν ως αμελητέοι. Τότε οι γωνίες ολίσθησης των δεξιών και αριστερών τροχών και τους 2 άξονες, μπορούν να θεωρηθούν ίσες, και να πάρουμε τους όρους β_f και β_r , για τον εμπρός και πίσω άξονα αντίστοιχα.

$$\beta_f = \beta_{f1} = \beta_{f2} = \beta + l_f r/V - \delta \quad (6)$$

$$\beta_r = \beta_{r1} = \beta_{r2} = \beta - l_r r/V \quad (7)$$

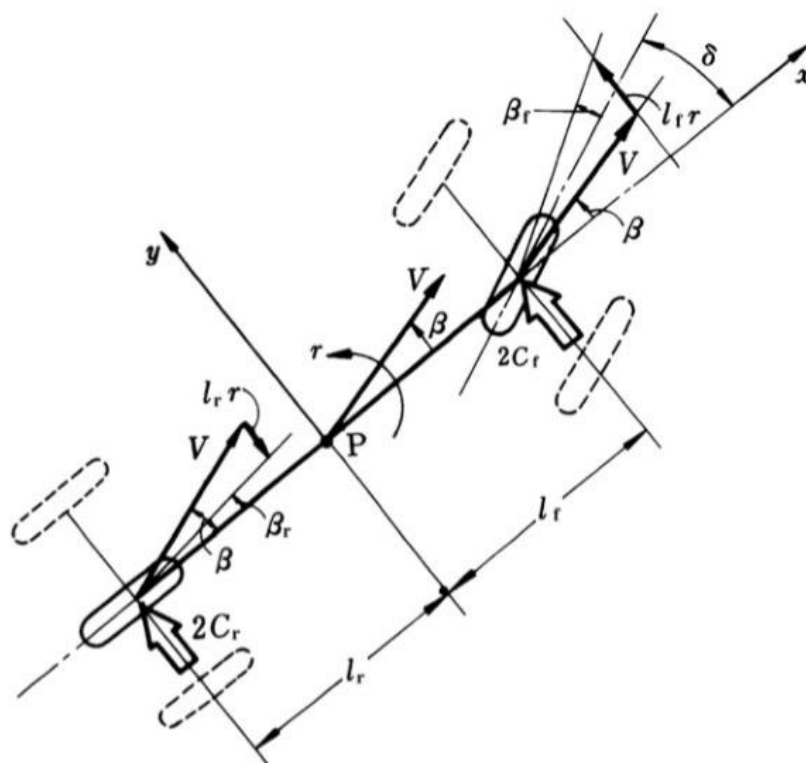
Εφόσον οι γωνίες ολίσθησης των δεξιών και αριστερών τροχών είναι ίσες, οι γωνία του τιμονιού μικρή και το roll αμελητέο, είναι βολικό να τοποθετήσουμε τους τροχούς στο κέντρο του οχήματος να συμπίπτουν με τον άξονα x , όπως φαίνεται στην εικόνα 9. Με αυτό το τρόπο μετατρέπουμε ένα τετράτροχο όχημα σε ένα ισοδύναμο δίκυκλο όχημα, απλοποιώντας σημαντικά την ανάλυση της κίνησής του.

Σύνηθες είναι να μην υπάρχει διαφορά στα χαρακτηριστικά μεταξύ των δεξιών και των αριστερών ελαστικών, οπότε και οι εγκάρσιες δυνάμεις θα είναι ίδιες.

Ορίζοντας τις εμπρός και πίσω εγκάρσιες δυνάμεις ως Y_f και Y_r

$$2Y_f = Y_{f1} + Y_{f2}$$

$$2Y_r = Y_{r1} + Y_{r2}$$



εικ. 9 ισοδύναμο μοντέλο ποδηλάτου

Επειδή αυτές οι δυνάμεις δρουν στον άξονα y , οι εξισώσεις (4) και (5) γίνονται

$$mV \left(\frac{d\beta}{dt} + r \right) = 2Y_f + 2Y_r \quad (4)'$$

$$I \frac{dr}{dt} = 2l_f Y_f - 2l_r Y_r \quad (5)'$$

Ορίζοντας τη γωνιακή στιβαρότητα (cornering stiffness) των μπροστινών και πίσω τροχών ως K_f και K_r , τα Y_f και Y_r είναι ανάλογα των β_f και β_r , αντίστοιχα. Στην εικόνα 8α οι γωνίες είναι θετικές στην αριστερόστροφη φορά. Όταν η γωνία πλαγιολίσθη-

σης είναι θετική, τα Y_f και Y_r δρουν με αρνητική φορά στον άξονα y , και μπορεί να γραφεί

$$Y_f = -K_f \beta_f = -K_f(\beta + l_f r/V - \delta) \quad (8)$$

$$Y_r = -K_r \beta_r = -K_r(\beta - l_r r/V) \quad (9)$$

Από αυτές τις εξισώσεις είναι φανερό ότι οι δυνάμεις που δρουν στο όχημα, τα Y_f και Y_r , εξαρτώνται από τους παράγοντες β , r και τη γωνία του συστήματος διεύθυνσης, δ . Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (8) και (9) στις εξισώσεις (4)' και (5)' προκύπτει

$$mV \left(\frac{d\beta}{dt} + r \right) = -2K_f \left(\beta + \frac{l_f}{V} r - \delta \right) - 2K_r \left(\beta - \frac{l_r}{V} r \right) \quad (10)$$

$$I \frac{dr}{dt} = -2K_f \left(\beta + \frac{l_f}{V} r - \delta \right) l_f + 2K_r \left(\beta - \frac{l_r}{V} r \right) l_r \quad (11)$$

Αναδιατάσσοντας τις παραπάνω εξισώσεις:

$$mV \frac{d\beta}{dt} + 2(K_f + K_r)\beta + \left\{ mV + \frac{2}{V}(l_f K_f - l_r K_r) \right\} r = 2K_f \delta \quad (12)$$

$$2(l_f K_f - l_r K_r)\beta + I \frac{dr}{dt} + \frac{2(l_f^2 K_f + l_r^2 K_r)}{V} r = 2l_f K_f \delta \quad (13)$$

Αυτές οι εξισώσεις έγιναν τώρα οι βασικές εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση του οχήματος σε επίπεδο. Οι αριστεροί όροι των παραπάνω εξισώσεων περιγράφουν τα χαρακτηριστικά κίνησης του οχήματος, στην διέγερση από το σύστημα διεύθυνσης, το οποίο είναι στη δεξιά πλευρά των εξισώσεων.

Εφαρμόζοντας μετασχηματισμούς Laplace στις εξισώσεις (12) και (13), παίρνουν τη μορφή

$$\begin{bmatrix} mVs + 2(K_f + K_r) & mV + \frac{2}{V}(l_f K_f - l_r K_r) \\ 2(l_f K_f - l_r K_r) & Is + \frac{2}{V}(l_f^2 K_f + l_r^2 K_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta(s) \\ r(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2K_f \delta(s) \\ 2l_f K_f \delta(s) \end{bmatrix}$$

Ο όρος s στα $\beta(s)$, $r(s)$, $\delta(s)$ δηλώνει ότι είναι τα μετασχηματισμένα β , r , δ .

Η χαρακτηριστική εξίσωση για τη κίνηση του οχήματος είναι

$$\begin{vmatrix} mVs + 2(K_f + K_r) & mV + 2(l_f K_f - l_r K_r)/V \\ 2(l_f K_f - l_r K_r) & Is + 2(l_f^2 K_f + l_r^2 K_r)/V \end{vmatrix} = 0$$

Ανοίγοντας και αναδιατάσσοντας την παραπάνω εξίσωση:

$$mIV \left[s^2 + \frac{2m(l_f^2 K_f + l_r^2 K_r) + 2I(K_f + K_r)}{mIV} s + \frac{4K_f K_r l^2}{mIV^2} - \frac{2(l_f K_f - l_r K_r)}{I} \right] = 0 \quad (14)$$

Όπου l είναι το μεταξόνιο.

$$l = l_f + l_r$$

Κοιτώντας τις εξισώσεις (12) και (13), ο συντελεστής $l_f K_f - l_r K_r$ έχει μεγάλη επίδραση στη κίνηση του οχήματος. Εάν πάρει τη τιμή 0, δηλαδή όταν $l_f K_f = l_r K_r$, τότε η σύνδεση μεταξύ εγκάρσιας κίνησης και του γαω δεν είναι πλήρης, και πλέον το r δεν συνδέεται με το β καθόλου, αν και το β συνεχίζει να συνδέεται με το r . Όταν το $l_f K_f - l_r K_r \neq 0$, το πρόσιμο αυτού του συντελεστή έχει μεγάλη σημασία στη σύνδεση της εγκάρσιας κίνησης με το γαω.

Για να δούμε το χρονικό της αντίδρασης του οχήματος μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις εξισώσεις (12) και (13) λυμένες ως

$$\frac{d\beta}{dt} = -\frac{2(K_f + K_r)}{mV} \beta - \left\{ 1 + \frac{2}{mV^2} (l_f K_f - l_r K_r) \right\} r + \frac{2K_f}{mV} \delta \quad (12)'$$

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{2(l_f K_f - l_r K_r)}{I} \beta - \frac{2(l_f^2 K_f + l_r^2 K_r)}{IV} r + \frac{2l_f K_f}{I} \delta \quad (13)'$$

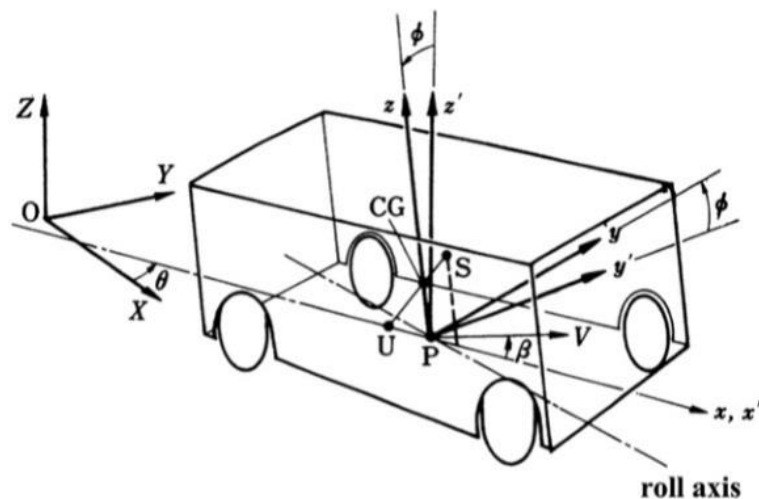
11 Εξισώσεις κίνησης συμπεριλαμβανομένου της κύλισης (roll)

Μέχρι τώρα οι αγνοούσαμε ένα βαθμό ελευθερίας, το roll. Παρακάτω θα παρουσιαστούν οι εξισώσεις κίνησης συμπεριλαμβανομένου και του roll. Αυτές οι εξισώσεις κίνησης βασίζονται σε αυτές που πρότεινε ο Segel, στις οποίες θεωρείται ότι ο διαμήκης άξονας περιστροφής είναι σταθερός [31].

12 Σύστημα συντεταγμένων και δυναμικό μοντέλο

Το σύστημα συντεταγμένων με το επίπεδο X-Y να είναι παράλληλο στο έδαφος και απόλυτα καθορισμένο στο χώρο, όπως φαίνεται στην εικόνα 10.

Το σημείο P στην εικόνα 10 είναι εκεί όπου μια κάθετη γραμμή διέρχεται από το κέντρο βάρους και τέμνει το διαμήκη άξονα περιστροφής. Το σημείο τομής είναι ταυτόχρονα και η αρχή των αξόνων x-y-z του συστήματος αναφοράς που είναι πάνω στο όχημα. Η διαμήκης κατεύθυνση του οχήματος, αυτή παράλληλη στο έδαφος, ορίζεται σαν άξονας x, με θετική φορά εμπρός. Η εγκάρσια κατεύθυνση κάθετη στον άξονα x, ορίζεται σαν άξονας y. Η αριστερή πλευρά με κατεύθυνση εμπρός ορίζεται ως η θετική φορά. Τέλος, ως άξονας z ορίζεται αυτός στην κατακόρυφη διεύθυνση με θετική φορά προς τα επάνω.



εικ. 10 σύστημα συντεταγμένων

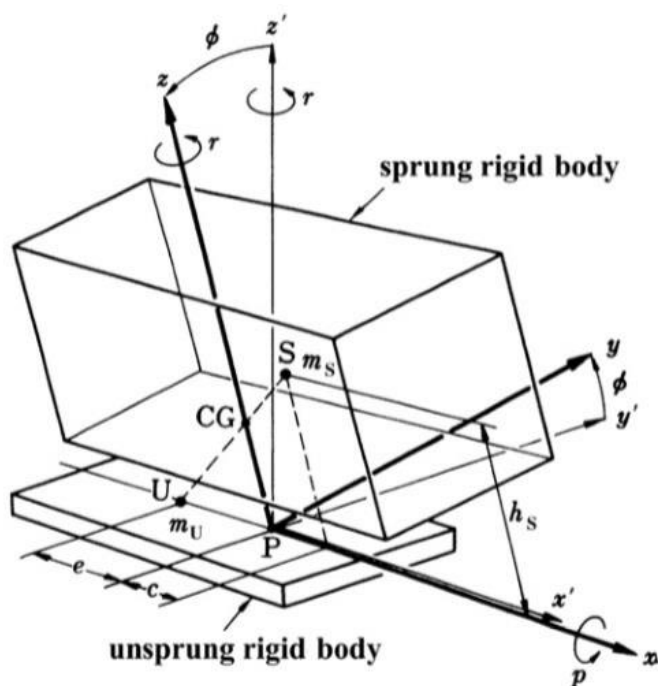
Ένα σύστημα αναφοράς $x'-y'-z'$ είναι "καρφιτσωμένο" στη μη αναρτώμενη μάζα και έχει αρχή των αξόνων επίσης το σημείο P. Ενώ οι φορές των αξόνων είναι κοινές με του συστήματος x-y-z.

Στην πραγματικότητα ο διαμήκης άξονας περιστροφής δεν συμπίπτει πάντα με το διαμήκη άξονα του οχήματος, για λόγους όμως απλότητας θα θεωρηθεί ότι το όχημα περιστρέφεται γύρω από τον άξονα x. Επιπλέον, η γωνία της κύλισης

θεωρείτε ότι θα είναι μικρή και το όχημα θα πραγματοποιεί περιστροφή γύρω από τον άξονα z . Η κύλιση της μη αναρτημένης μάζας αγνοείται και θεωρείται ότι κάνει την ίδια περιστροφή με το όχημα αλλά με άξονα το z' . Όλες οι γωνιακές μετακινήσεις και επιταχύνσεις θεωρούνται θετικές στην κατεύθυνση που δείχνει το σχήμα 10.

Η εικόνα 11 δείχνει το αντίστοιχο μοντέλο για της αναρτημένες και μη μάζες. Η μάζα του οχήματος ή η αναρτώμενη μάζα, θεωρείται ότι είναι συμμετρικά κατανομημένη στο επίπεδο x - z και το κέντρο βάρους βρίσκεται στο σημείο S πάνω στο επίπεδο x - z . το ύψος της μη αναρτώμενης μάζας στον άξονα z' αγνοείται, και η μάζα της θεωρείται ότι είναι κατενομημένη στο επίπεδο y' - z' με το κέντρο βάρους να βρίσκεται στο σημείο U πάνω στο άξονα x' .

Σαν m_s ορίζεται η αναρτώμενη μάζα, m_u είναι η μη αναρτώμενη μάζα και m είναι η ολική μάζα του οχήματος. h_s είναι η απόσταση μεταξύ του κέντρου βάρους της αναρτώμενης μάζας και του άξονα x . Σαν c και e ορίζονται η αποστάσεις της αναρτημένης και της μη αναρτημένης μάζας από τον άξονα z , αντίστοιχα, ενώ r και p είναι οι γωνιακές ταχύτητες yaw και roll αντίστοιχα. Τέλος, ϕ είναι η γωνία roll.



εικ. 11 ισοδύναμο δυναμικό μοντέλο

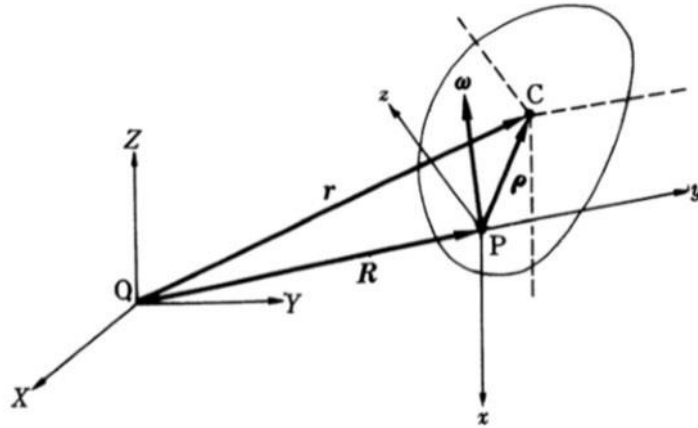
13 Κινήσεις

Οι κινήσεις ενός σώματος μπορούν να χωριστούν σε μεταφορικές και περιστροφές γύρω από ο κέντρο βάρους. Παρακάτω θα αναλυθούν αυτές οι κινήσεις για τις αναρτώμενες και μη μάζες.

13.1 Μεταφορικές κινήσεις

Η μεταφορική κίνηση του κέντρου βάρους ενός σώματος είναι ίση με τη μετακίνηση του σημείου όπου συγκεντρώνεται ολόκληρη η μάζα του στο κέντρο βάρους.

Το σύστημα συντεταγμένων X-Y-Z είναι καθορισμένο απόλυτα στο χώρο και το σύστημα συντεταγμένων x-y-z είναι καθορισμένο στο κινούμενο σώμα όπως φαίνεται στην εικόνα 12.



εικ. 12 γενική περιγραφή κίνησης ενός στιβαρού σώματος

Το διάνυσμα θέσης του κέντρου βάρους, C, ως προς το σύστημα συντεταγμένων x-y-z ορίζεται σαν ρ . Εάν τα σημεία P και C ορίζονται από τα διανύσματα θέσης r , R , ως προς το σύστημα συντεταγμένων X-Y-Z, τότε

$$\mathbf{r} = \mathbf{R} + \boldsymbol{\rho}$$

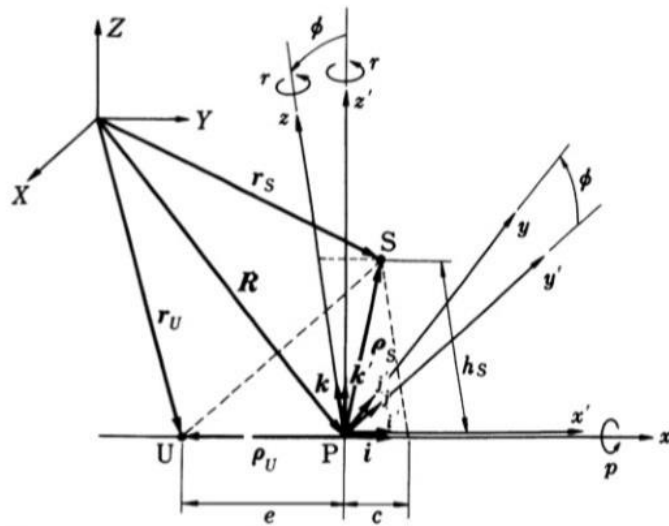
Το σύστημα συντεταγμένων x-y-z έχει μεταφορική ταχύτητα, $\dot{\mathbf{R}}$, ως προς το σύστημα αναφοράς X-Y-Z, και επίσης μια περιστροφική κίνηση με γωνιακή ταχύτητα, $\boldsymbol{\omega}$. Οπότε

$$\dot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{R}} + \dot{\boldsymbol{\rho}}_r + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\rho}$$

Εδώ το $\dot{\boldsymbol{\rho}}_r$, είναι σχετική ταχύτητα του σημείου C ως προς το σημείο P και εάν, το σημείο C είναι "καρφιτσωμένο" στο σύστημα αναφοράς x-y-z τότε, $\dot{\boldsymbol{\rho}}_r = 0$, οπότε

$$\dot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{R}} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\rho} \quad (14)$$

Οι μεταφορικές κινήσεις των κέντρων μάζας των αναρτημένων και μη μαζών, S και U, στο σύστημα αναφοράς X-Y-Z είναι r_s και r_u . Τα διανύσματα θέσης των σημείων S και U ως προς το σύστημα x-y-z είναι ρ_s και ρ_u , και οι γωνιακές ταχύτητες των x-y-z και x'-y'-z' συστημάτων αναφοράς είναι ω_s και ω_u αντίστοιχα. Τα μοναδιαία διανύσματα στο σύστημα x-y-z είναι i, j, k και τα μοναδιαία διανύσματα στο σύστημα x'-y'-z' είναι i', j', k' , όπως φαίνονται στην εικόνα 13.



εικ. 13 κινήσεις των σημείων S και P

Τα σημεία S και U είναι καθορισμένα πάνω στα συστήματα αναφοράς x-y-z και x'-y'-z' αντίστοιχα, βασιζόμενοι πάνω στην εξίσωση 14 σχηματίζονται η παρακάτω εξισώσεις:

$$\dot{r}_S = \dot{R} + \omega_S \times \rho_S \quad (15)$$

$$\dot{r}_U = \dot{R} + \omega_U \times \rho_U \quad (16)$$

Υποθέτοντας ότι το σημείο P αποτελείται από τη συνιστώσα ταχύτητας u κατά τον άξονα x και από τη συνιστώσα v κατά τον άξονα y ή y' όταν η γωνία, ϕ , είναι μικρή, τότε:

$$\dot{R} = ui + vj = ui' + vj' \quad (17)$$

Το σύστημα αναφοράς το οποίο κινείται μαζί με τη αναρτώμενη μάζα έχει μια γωνιακή ταχύτητα περιστροφής, ρ , γύρω από το διαμήκη άξονα x και μια ταχύτητα περιστροφής, r , γύρω από τον άξονα z, οπότε:

$$\omega_S = \rho i + rk \quad (18)$$

Το σύστημα αναφοράς που κινείται μαζί με τη μη αναρτημένη μάζα έχει μια ταχύτητα περιστροφής, r , γύρω από τον άξονα z', οπότε:

$$\omega_U = rk' \quad (19)$$

Οπότε τα ρ_S και ρ_U μπορούν να γραφούν ως:

$$\rho_S = ci + h_s k \quad (20)$$

$$\rho_U = -ei' \quad (21)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (17), (18), και (20) στις εξισώσεις (15) και (17) και τις εξισώσεις (19) και (21) στην εξίσωση (16) ορίζονται τα \dot{r}_S και \dot{r}_U ως:

$$\dot{r}_S = u\dot{i} + (v - h_s p + cr)\dot{j} \quad (22)$$

$$\dot{r}_U = u\dot{i}' + (v - er)\dot{j}' \quad (23)$$

Παραγωγίζοντας τις εξισώσεις (22) και (23) δίνει το διάνυσμα της επιτάχυνσης των σημείων S και U:

$$\ddot{r}_S = (\dot{u} - vr + h_s p r - cr^2)\dot{i} + (\dot{v} + ur - h_s \dot{p} + cr)\dot{j} + (vp + h_s p^2 + cpr)\dot{k} \quad (24)$$

$$\ddot{r}_U = (\dot{u} - vr + er^2)\dot{i}' + (\dot{v} + ur - er)\dot{j}' \quad (25)$$

Από τις εξισώσεις (24) και (25), η εγκάρσια επιτάχυνση για τις αναρτώμενες και μη μάζες, α_S και α_U , είναι:

$$\alpha_S = \dot{v} + ur - h_s \dot{p} + cr$$

$$\alpha_U = \dot{v} + ur - er$$

Εάν η γωνία ολίσθησης του σημείου P, β , είναι $\ll 1$ και η ταχύτητα των σημείων P, V, είναι πάντα σταθερή, τότε $u = V$, $v = V\beta$, οπότε:

$$\alpha_S = V\dot{\beta} + Vr - h_s \dot{p} + cr$$

$$\alpha_U = V\dot{\beta} + Vr - er$$

Οι μάζες για τις αναρτώμενες και μη μάζες είναι m_S και m_U αντίστοιχα. Οι δυνάμεις αδρανείας στον εγκάρσιο άξονα, Y_S και Y_U , των αναρτημένων και μη μαζών είναι:

$$Y_S = m_S \alpha_S = m_S V(\dot{\beta} + r) - m_S h_s \dot{p} + m_S cr$$

$$Y_U = m_U \alpha_U = m_U V(\dot{\beta} + r) - m_U er$$

Συνεπώς, η συνολική δύναμη αδρανείας του οχήματος στην εγκάρσια διεύθυνση, ΣY , είναι:

$$\Sigma Y = Y_S + Y_U = (m_S + m_U)V(\dot{\beta} + r) - m_S h_S \dot{p} + (m_{SC} - m_{UE})\dot{r}$$

Εδώ, $m_S + m_U = m$, και CG είναι το κέντρο μάζας ολόκληρου του οχήματος, οπότε $m_{SC} - m_{UE} = 0$. Οπότε:

$$\Sigma Y = mV(\dot{\beta} + r) - m_S h_S \dot{p} \quad (6.19)$$

13.2 Περιστροφική κίνηση

Γενικά, η στροφορμή, H_C , γύρω από το κέντρο βάρους, C , ενός σώματος μπορεί να γραφτεί ως:

$$\begin{aligned} H_C &= \mathbf{I} \times \boldsymbol{\omega} \\ &= (I_{xx}\omega_x - I_{xy}\omega_y - I_{xz}\omega_z)\mathbf{i} + (-I_{yx}\omega_x + I_{yy}\omega_y - I_{yz}\omega_z)\mathbf{j} \\ &\quad + (-I_{zx}\omega_x - I_{zy}\omega_y + I_{zz}\omega_z)\mathbf{k} \end{aligned}$$

Όπου \mathbf{I} είναι ο ταυυστής της αδράνειας του σώματος γύρω από το σημείο C . Τα I_{xx} , I_{xy} , ... κοκ είναι ροπές αδρανείας γύρω από τον άξονα που διέρχεται από το σημείο C παράλληλα στους άξονες x , y , z . Τα ω_x , ω_y , ω_z , είναι τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας $\boldsymbol{\omega}$ στους άξονες x , y , z .

Η στροφορμή του κέντρου μάζας της αναρτημένης μάζας, H_S , με γωνιακή ταχύτητα, $\boldsymbol{\omega}_S$, δίνεται από την εξίσωση (18) είναι:

$$\mathbf{H}_S = \mathbf{I}_S \times \boldsymbol{\omega}_S = (I_{xx}S\dot{p} - I_{xz}S\dot{r})\mathbf{i} + (-I_{zz}S\dot{p} + I_{zz}S\dot{r})\mathbf{k} \quad (27)$$

Εδώ το \mathbf{I}_S είναι ο ταυυστής αδρανείας των αναρτημένων μαζών γύρω από το σημείο S . Θεωρώντας ότι οι αναρτημένες μάζες είναι συμμετρικά κατανεμημένες στο επίπεδο xz , $I_{yx} = I_{yz} = 0$.

Ομοίως, με την γωνιακή ταχύτητα, $\boldsymbol{\omega}_U$, να δίδεται από την εξίσωση (19), η στροφορμή, H_U , γύρω από το κέντρο μάζας της μη αναρτημένης μάζας, U , είναι:

$$\mathbf{H}_U = I_{zz}U\dot{r}\mathbf{k}' \quad (28)$$

Εδώ, το $I_{zz}U$ είναι η ροπή αδρανείας γύρω από τον άξονα που διέρχεται από το σημείο U και παράλληλα με τον άξονα z' . Εάν η μη αναρτώμενη μάζα είναι συμμετρικά κατανεμημένη στον άξονα x' , τότε το ύψος αγνοείται και θεωρείται ότι η μάζα είναι κατανεμημένη στον επίπεδο $x'-y'$, και όλες οι υπόλοιπες αδράνεις είναι μηδενικές.

Η χρονική μεταβολή της στροφορμής του κινούμενου σώματος προκαλείται από μία εξωτερική ροπή. Παραγωγίζοντας τις εξισώσεις (27) και (28) ως προς το χρόνο δίνει:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{H}}_S &= (I_{xxS}\dot{p} - I_{xzS}\dot{r})\mathbf{i} + [I_{xzS}p^2 + (I_{xxS} - I_{zzS})pr - I_{xzS}r^2]\mathbf{j} \\ &+ (-I_{zzS}\dot{p} + I_{zzS}\dot{r})\mathbf{k}\end{aligned}\quad (29)$$

$$\dot{\mathbf{H}}_U = I_{zzU}\dot{r}\mathbf{k}' \quad (30)$$

Από αυτές τις εξισώσεις, οι ροπές της κάθετης περιστροφής (yaw) και της διαμήκης περιστροφής (roll), N_S και L_S , της αναρτημένης μάζας γύρω από τον άξονα που είναι παράλληλος στον x και z και διέρχεται από το σημείο S είναι:

$$N_S = -I_{zzS}\dot{p} + I_{zzS}\dot{r}$$

$$L_S = I_{xxS}\dot{p} - I_{xzS}\dot{r}$$

Η ροπή της περιστροφής, N_U , γύρω από τον άξονα που διέρχεται από το σημείο U παράλληλα στον άξονα z' για τη μη αναρτημένη μάζα είναι:

$$N_U = I_{zzU}\dot{r}$$

Από τη παραπάνω εξίσωση, η συνολική ροπή περιστροφής, ΣN , γύρω από τον άξονα z ή z' και η συνολική ροπή rolling, ΣL , γύρω από τον άξονα x ή x' δίδεται από τις εξισώσεις (31) και (32), όπου Y_S και Y_U δρουν πάνω στα κέντρα μάζας των αναρτημένων και μη μαζών, S και U αντίστοιχα:

$$\begin{aligned}\Sigma N &= N_S + N_U + cY_S - eY_U \\ &= (I_{zzS} + I_{zzU} + m_S c^2 + m_U e^2)\dot{r} - (I_{zxS} + m_S h_s c)\dot{p} \\ &\quad + (m_S c - m_U e)V(\dot{\beta} + r) \\ &= I_z \dot{r} - I_{zx} \dot{p}\end{aligned}\quad (31)$$

$$\begin{aligned}\Sigma L &= L_S - h_s Y_S \\ &= (I_{xxS} + m_S h_s^2)\dot{p} - (I_{xzS} + m_S h_s c)\dot{r} \\ &\quad + m_S h_s V(\dot{\beta} + r) \\ &= I_x \dot{p} - I_{xz} \dot{r} - m_S h_s V(\dot{\beta} + r)\end{aligned}\quad (32)$$

εάν $\phi \ll 1$

$$I_z = I_{zzS} + I_{zzU} + m_S c^2 + m_U e^2$$

$$I_{zx} = I_{xz} = I_{xzS} + m_S h_s c$$

$$I_x = I_{xxS} + m_S h_s^2$$

I_z είναι η συνολική ροπή αδρανείας της περιστροφής γύρω από τον κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο βάρους του οχήματος, και I_x είναι η ροπή αδρανείας της κύλισης της αναρτημένης μάζας γύρω από τον άξονα x .

14 Εξωτερικές δυνάμεις

Οι εξωτερικές δυνάμεις που δρουν στο όχημα είναι οι εγκάρσιες δυνάμεις των ελαστικών. Όπως έχει αναφερθεί οι εγκάρσιες αυτές δυνάμεις είναι ανάλογες της γωνίας ολίσθησης του κάθε ελαστικού και δρουν στα εμπρός και πίσω ελαστικά του κινούμενου οχήματος.

Οι εμπρός και πίσω roll steers είναι α_f και α_r . Εάν υιοθετηθεί ότι είναι ανάλογες της γωνίας κύλισης γύρω από τον άξονα x τότε:

$$\alpha_f = \frac{\partial \alpha_f}{\partial \phi} \phi,$$

$$\alpha_r = \frac{\partial \alpha_r}{\partial \phi} \phi$$

Όπου $\partial \alpha_f / \partial \phi$ και $\partial \alpha_r / \partial \phi$ είναι οι εμπρός και πίσω γωνίες κύλισης (roll) των τροχών ανά μονάδα κύλισης. Αυτές έχουν θετικό πρόσημο όταν η γωνία κύλισης είναι θετική, με άλλα λόγια όταν η γωνία στροφής είναι αριστερόστροφη.

Roll steer συμβαίνει όταν ο τροχός περιστρέφεται γύρω από τον άξονα z του όταν το αμάξωμα περιστρέφεται γύρω από το δικό του άξονα x . Για παράδειγμα όταν το όχημα εκτελεί δεξιά στροφή και έχουμε θετικό roll steer τότε ο τροχός στρίβει από αριστερά. Έτσι όταν έχουμε θετικό roll steer στους εμπρός τροχούς, αυτό αυξάνει την υποστροφική συμπεριφορά του αυτοκινήτου, συμβάλλοντας στην αύξηση της σταθερότητας.

Η γωνία των εμπρός τροχών από το σύστημα διεύθυνσης έχει μεταβληθεί κατά α_f επιπρόσθετα στην γωνία δ . Ομοίως, μία αλλαγή κατά α_r δημιουργείται και στους πίσω τροχούς. Υιοθετώντας τις ίδιες υποθέσεις, οι εξισώσεις (6) και (7) για τη γωνία ολίσθησης των εμπρός και των πίσω ελαστικών διαμορφώνονται:

$$\beta_f = \beta + \frac{l_f}{V} r - \delta - \alpha_f = \beta + \frac{l_f}{V} r - \delta - \frac{\partial \alpha_f}{\partial \phi} \phi$$

$$\beta_r = \beta - \frac{l_r}{V} r - \alpha_r = \beta - \frac{l_r}{V} r - \frac{\partial \alpha_r}{\partial \phi} \phi$$

Επομένως, οι εγκάρσιες δυνάμεις, $2Y_f$ και $2Y_r$, που δρουν στους εμπρός και πίσω τροχούς είναι:

$$2Y_f = -2K_f\beta_f = 2K_f\left(\delta + \frac{\partial\alpha_f}{\partial\phi}\phi - \beta - \frac{l_f}{V}r\right)$$

$$2Y_r = -2K_r\beta_r = 2K_r\left(\frac{\partial\alpha_r}{\partial\phi}\phi - \beta + \frac{l_r}{V}r\right)$$

Οι οποίες μεταβολές προκαλούνται από τη μεταφορά φορτίου αγνοούνται.

Θεωρώντας ότι η γωνία camber που δημιουργείται από τη κύλιση του οχήματος είναι ανάλογη της γωνίας κύλισης, το camber thrust, $2Y_{cf}$ και $2Y_{cr}$, δρα στους εμπρός και πίσω τροχούς αντίστοιχα είναι:

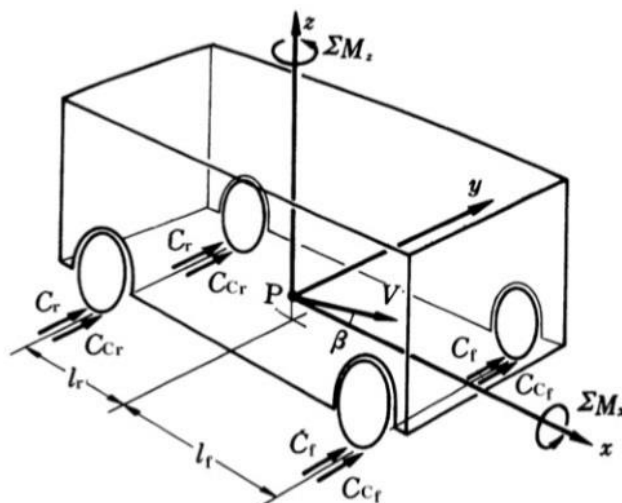
$$2Y_{cf} = -2K_{cf}\frac{\partial\phi_f}{\partial\phi}\phi$$

$$2Y_{cr} = -2K_{cr}\frac{\partial\phi_r}{\partial\phi}\phi$$

όπου K_{cf} και K_{cr} είναι οι συντελεστές camber thrust για τους εμπρός και πίσω τροχούς. Τα $\partial\phi_f/\partial\phi$ και $\partial\phi_r/\partial\phi$ είναι οι γωνίες camber ανά μονάδα γωνίας κύλισης των εμπρός και πίσω τροχών. Αυτές είναι θετικές εάν η γωνία camber είναι προς την ίδια κατεύθυνση με τη γωνία κύλισης. Υποθέτεται ακόμα ότι το camber thrust που παράγεται από τους δεξιούς και αριστερούς τροχούς είναι του ίδιου μεγέθους.

Camber thrust έχουμε όταν αλλάζει η γωνία camber του τροχού με την αλλαγή της γωνίας περιστροφής γύρω από τον άξονα x .

Το σύνολο των εξωτερικών δυνάμεων που δρουν πάνω στο όχημα στον εγκάρσιο άξονα, y , φαίνεται στην εικόνα 14.



εικ. 14 εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στα ελαστικά

$$\begin{aligned}
 \Sigma F_y &= 2Y_f + 2Y_r + 2Y_{cf} + 2Y_{cr} \\
 &= 2K_f \left(\delta + \frac{\partial \alpha_f}{\partial \phi} \phi - \beta - \frac{l_f}{Vr} \right) + 2K_r \left(\frac{\partial \alpha_r}{\partial \phi} \phi - \beta + \frac{l_r}{Vr} \right) \\
 &\quad - 2K_{cf} \frac{\partial \phi_f}{\partial \phi} \phi - 2K_{cr} \frac{\partial \phi_r}{\partial \phi} \phi
 \end{aligned} \quad (33)$$

Η συνολική ροπή γύρω από τον άξονα z, που δημιουργείται από τις εξωτερικές δυνάμεις και δρα σε όλο το όχημα, ΣM_z , είναι:

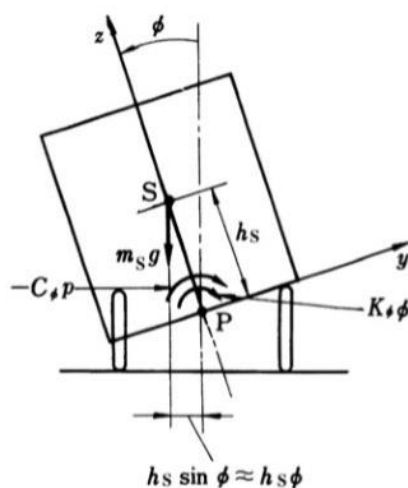
$$\begin{aligned}
 \Sigma M_z &= 2l_f Y_f - 2l_r Y_r + 2l_f Y_{cf} - 2l_r Y_{cr} \\
 &= 2l_f K_f \left(\delta + \frac{\partial \alpha_f}{\partial \phi} \phi - \beta - \frac{l_f}{Vr} \right) - 2l_r K_r \left(\frac{\partial \alpha_r}{\partial \phi} \phi - \beta + \frac{l_r}{Vr} \right) \\
 &\quad - 2l_f K_{cf} \frac{\partial \phi_f}{\partial \phi} \phi + 2l_r K_{cr} \frac{\partial \phi_r}{\partial \phi} \phi
 \end{aligned} \quad (34)$$

Όταν το σώμα του οχήματος είναι υπό κλίση (roll), υποβάλλεται υπό την δύναμη αντίδρασης της ανάρτησης, ελατήρια και αποσβεστήρες. Αυτές οι δυνάμεις αντιδράσεις παράγουν μια ροπή κύλισης στο σώμα του οχήματος γύρω από τον άξονα x. Η ροπή που προέρχεται από τα ελατήρια είναι $-K_\phi \phi$. Υποθέτοντας ότι η δύναμη αντίδρασης που προέρχεται από τους αποσβεστήρες είναι ανάλογη της γωνιακής ταχύτητας της κύλισης, η ροπή που παράγεται από αυτή τη δύναμη αντίδρασης υπολογίζεται ως $-C_{\phi p}$. Εδώ το C_ϕ είναι η ισοδύναμη σταθερά απόσβεσης της περιστροφικής κίνησης, η οποία είναι το άθροισμα της ροπής ανά μονάδα γωνιακής ταχύτητας κύλισης στους εμπρός και πίσω αποσβεστήρες.

Μια ροπή περιστροφής γύρω από τον άξονα x , από τη δύναμη του βάρους $m_S g$, επίσης, δρα στο όχημα όπως φαίνεται στην εικόνα 15. Εάν η γωνία κύλισης ϕ είναι μικρή, τότε μπορεί να προσεγγιστεί ως $m_S g h_S \phi$.

Η συνολική ροπή περιστροφής γύρω από τον άξονα x , που προέρχεται από τις εξωτερικές δυνάμεις, ΣM_x , είναι:

$$\Sigma M_x = (-K_\phi + m_S g h_S) \phi - C_\phi p \quad (35)$$



εικ. 15 ροπές που ασκούνται στο όχημα γύρω από το διαμήκη άξονα

15 Εξισώσεις κίνησης συμπεριλαμβανομένης της κύλισης

Οι εξωτερικές δυνάμεις και οι δυνάμεις αδράνειας συμπεριλαμβανομένου και της κύλισης θα χρησιμοποιηθούν στις εξισώσεις ισορροπίας για να εξαχθούν οι εξισώσεις κίνησης.

Εξισώσεις ισορροπίας

$$\begin{aligned} \Sigma Y - \Sigma F_y &= 0, \\ \Sigma N - \Sigma M_z &= 0, \\ \Sigma L - \Sigma M_x &= 0, \end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (26) και (31)-(35) στις παραπάνω εξισώσεις, προκύπτουν οι εξισώσεις κίνησης συμπεριλαμβανομένου και της κύλισης, όπως φαίνεται παρακάτω. Εδώ το $d\phi/dt = p$, και I και I_ϕ χρησιμοποιούνται ως αντικαταστάτες του I_z και I_{xx} . I είναι η συνολική ροπή αδρανείας του οχήματος γύρω από τον άξονα z , ενώ I_ϕ είναι η ροπή αδρανείας της κύλισης γύρω από το διαμήκη άξονα περιστροφής όταν αυτός συμπίπτει με τον άξονα με τον άξονα x .

$$mV\left(\frac{d\beta}{dt} + r\right) - m_S h_s \frac{d^2\phi}{dt^2} = 2K_f\left(\delta + \frac{\partial\alpha_f}{\partial\phi}\phi - \beta - \frac{l_f}{V}r\right) + 2K_r\left(\frac{\partial\alpha_r}{\partial\phi}\phi - \beta + \frac{l_r}{V}r\right) - 2\left(K_{cf}\frac{\partial\phi_f}{\partial\phi}\phi + K_{cr}\frac{\partial\phi_r}{\partial\phi}\phi\right) \quad (36)$$

$$I\frac{dr}{dt} - I_{xz}\frac{d^2\phi}{dt^2} = 2K_f\left(\delta + \frac{\partial\alpha_f}{\partial\phi}\phi - \beta - \frac{l_f}{V}r\right)l_f - 2K_r\left(\frac{\partial\alpha_r}{\partial\phi}\phi - \beta + \frac{l_r}{V}r\right)l_r - 2\left(l_f K_{cf}\frac{\partial\phi_f}{\partial\phi}\phi - l_r K_{cr}\frac{\partial\phi_r}{\partial\phi}\phi\right) \quad (37)$$

$$I_\phi\frac{d^2\phi}{dt^2} - I_{xz}\frac{dr}{dt} - m_S h_s V\left(\frac{d\beta}{dt} + r\right) = (-K_\phi + m_S g h_s)\phi - C_\phi\frac{d\phi}{dt} \quad (38)$$

Αναδιατάσσοντας τις παραπάνω εξισώσεις προκύπτει

$$mV\frac{d\beta}{dt} + 2\left(K_f + K_r\right)\beta + \left[mV + \frac{2(l_f K_f - l_r K_r)}{V}\right]r - m_S h_s \frac{d^2\phi}{dt^2} - 2Y_\phi\phi = 2K_f\delta \quad (36)'$$

$$2(l_f K_f - l_r K_r)\beta + I\frac{dr}{dt} + \frac{2(l_f^2 K_f + l_r^2 K_r)}{V}r - I_{xz}\frac{d^2\phi}{dt^2} - 2N_\phi\phi = 2l_f K_f\delta \quad (37)'$$

$$-m_S h_s V\frac{d\beta}{dt} - I_{xz}\frac{dr}{dt} - m_S h_s V r + I_\phi\frac{d^2\phi}{dt^2} + C_\phi\frac{d\phi}{dt} + (K_\phi - m_S g h_s)\phi = 0 \quad (38)'$$

όπου

$$Y_\phi = \left(\frac{\partial\alpha_f}{\partial\phi}K_f + \frac{\partial\alpha_r}{\partial\phi}K_r\right) - \left(\frac{\partial\phi_f}{\partial\phi}K_{cf} + \frac{\partial\phi_r}{\partial\phi}K_{cr}\right) \quad (39)$$

$$N_\phi = \left(\frac{\partial\alpha_f}{\partial\phi}l_f K_f - \frac{\partial\alpha_r}{\partial\phi}l_r K_r\right) - \left(\frac{\partial\phi_f}{\partial\phi}l_f K_{cf} - \frac{\partial\phi_r}{\partial\phi}l_r K_{cr}\right) \quad (40)$$

Αυτές είναι οι εξισώσεις κίνησης συμπεριλαμβανομένου και της κύλισης. Η μεταβολή της αντίστασης κύλισης εξαιτίας της μεταφοράς φορτίου μεταξύ δεξιών και αριστερών τροχών αγνοείται, γιατί θεωρείται μικρή η επιρροή της στην περιστροφική κίνηση γύρω από τον άξονα z.

Εφαρμόζοντας μετασχηματισμούς Laplace στις εξισώσεις (36)' ÷ (38)', η χαρακτηριστική εξίσωση του οχήματος προκύπτει

$$\begin{vmatrix} mVs + 2(K_f + K_r) & mV + \frac{2(l_f K_f - l_r K_r)}{V} & -m_S h_s s^2 - 2Y_\phi \\ 2(l_f K_f - l_r K_r) & Is + \frac{2(l_f^2 K_f + l_r^2 K_r)}{V} & -I_{xz} s^2 - 2N_\phi \\ -m_S h_s V s & -I_{xz} s - m_S h_s V & I_\phi s^2 + C_\phi s + (K_\phi - m_S g h_s) \end{vmatrix} = 0 \quad (41)$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι λίγο πολύπλοκη σε αυτή τη μορφή οπότε υποθέτοντας ότι

$$K_f \approx K_r \approx K$$

$$l_f \approx l_r \approx \frac{l}{2}$$

$$I \approx m l_f l_r \approx m \left(\frac{l}{2} \right)^2$$

Και αγνοώντας τα γινόμενα της αδράνειας:

$$K_\phi - m_S g h_s \approx K_\phi$$

$$I_{xz} \approx 0$$

Τότε η χαρακτηριστική εξίσωση παίρνει την μορφή

$$\begin{vmatrix} mVs + 4K & mV & -m_S h_s s^2 - 2Y_\phi \\ 0 & m\left(\frac{l}{2}\right)^2 s + \frac{Kl^2}{V} & -2N_\phi \\ -m_S h_s Vs & -m_S h_s V & I_\phi s^2 + C_\phi s + K_\phi \end{vmatrix} = 0 \quad (41)'$$

Ανοίγοντας και αναδιατάσσοντας την παραπάνω εξίσωση παίρνουμε:

$$A_4 s^4 + A_3 s^3 + A_2 s^2 + A_1 s + A_0 = 0$$

Όπου

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= \frac{16K^2 K_\phi}{mV} - \frac{32m_S h_s K N_\phi V}{ml^2} \\ A_1 &= 8K \left(K_\phi - \frac{m_S h_s Y_\phi}{m} \right) + \frac{16K^2 C_\phi}{mV} \\ A_2 &= (mK_\phi - 2m_S h_s Y_\phi) V + 8K C_\phi + \frac{16K^2 I_\phi}{mV} \\ A_3 &= mC_\phi V + 4K \left(2I_\phi - \frac{m_S^2 h_s^2}{m} \right) \\ A_4 &= m \left(I_\phi - \frac{m_S^2 h_s^2}{m} \right) V \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

16 Η επιρροή της κλίσης του αμαξώματος στη δυναμική του οχήματος

Προηγούμενος, δείχθηκαν οι εξισώσεις κίνησης του οχήματος συμπεριλαμβανομένου και της κλίσης του αμαξώματος. Οι εξισώσεις αυτές είναι αρκετά πολύπλοκες για την ανάλυση της συμπεριφοράς του οχήματος. Για να αναλύσουμε την βασική συμπεριφορά του οχήματος με κλίση αμαξώματος, ένα μοντέλο με δύο βαθμούς ελευθερίας θα χρησιμοποιηθεί, κατακόρυφη περιστροφή και γωνία ολίσθησης οχήματος, το οποίο περιλαμβάνει ισοδύναμη κύλιση, παραπέμποντας στον Ellis [32]. Αυτό γίνεται θεωρώντας το όχημα να έχει κύλιση λόγω σταθερής πλευρικής επιτάχυνσης.

Η σταθερή κατάσταση της γωνίας κύλισης από την εξίσωση (38) προκύπτει θεωρώντας

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{dr}{dt} = \frac{d^2\phi}{dt^2} = \frac{d\phi}{dt} = 0$$

και το αποτέλεσμα είναι

$$\phi = \frac{m_S h_s V}{K_\phi - m_S g h_s} r \quad (43)$$

Ξαναγράφοντας το αριστερό τμήμα των εξισώσεων (36) και (37) με τη γωνία κύλισης σε στατική κατάσταση, παίρνουμε:

$$mV \left(\frac{d\beta}{dt} + r \right) = 2K_f \left\{ \delta - \beta - \frac{l_f}{V} r + \left(\frac{\partial \alpha_f}{\partial \phi} - \frac{K_{cf}}{K_f} \frac{\partial \phi_f}{\partial \phi} \right) \phi \right\} + 2K_r \left\{ -\beta + \frac{l_r}{V} r + \left(\frac{\partial \alpha_r}{\partial \phi} - \frac{K_{cr}}{K_r} \frac{\partial \phi_r}{\partial \phi} \right) \phi \right\}$$

$$I \frac{dr}{dt} = 2K_f \left\{ \delta - \beta - \frac{l_f}{V} r + \left(\frac{\partial \alpha_f}{\partial \phi} - \frac{K_{cf}}{K_f} \frac{\partial \phi_f}{\partial \phi} \right) \phi \right\} l_f - 2K_r \left\{ -\beta + \frac{l_r}{V} r + \left(\frac{\partial \alpha_r}{\partial \phi} - \frac{K_{cr}}{K_r} \frac{\partial \phi_r}{\partial \phi} \right) \phi \right\} l_r$$

το ϕ θεωρείται σε αυτές τις εξισώσεις ανάλογο του r , όπως δίδεται στην εξίσωση (43), και οι παραπάνω εξισώσεις είναι ισοδύναμες με τις παρακάτω εξισώσεις:

$$mV \left(\frac{d\beta}{dt} + r \right) = 2K_f \left(\delta - \beta - \frac{l'_f}{V} r \right) + 2K_r \left(-\beta + \frac{l'_r}{V} r \right) \quad (44)$$

$$I \frac{dr}{dt} = 2K_f \left(\delta - \beta - \frac{l'_f}{V} r \right) l_f + 2K_r \left(-\beta + \frac{l'_r}{V} r \right) l_r \quad (45)$$

όπου

$$l'_f = l_f (1 + B_f V^2) \quad (46)$$

$$l'_r = l_r (1 + B_r V^2) \quad (47)$$

$$B_f = \frac{-mSh_s \left(\frac{\partial \alpha_f}{\partial \phi} - \frac{K_{cf}}{K_f} \frac{\partial \phi_f}{\partial \phi} \right)}{l_f (K_\phi - mSgh_s)}$$

$$B_r = \frac{mSh_s \left(\frac{\partial \alpha_r}{\partial \phi} - \frac{K_{cr}}{K_r} \frac{\partial \phi_r}{\partial \phi} \right)}{l_r (K_\phi - mSgh_s)}$$

Συγκρίνοντας τις εξισώσεις (44) και (45) με τις εξισώσεις (10) και (11), είναι εύκολα κατανοητό ότι το ισοδύναμο μαθηματικό μοντέλο με περιστροφή γύρω από άξονα z και γωνία ολίσθησης συμπεριλαμβανομένου της κύλισης προκύπτει αντικαθιστώντας τις αποστάσεις των εμπρός και πίσω τροχών από το κέντρο βάρους του οχήματος, l_f και l_r με l'_f και l'_r αντίστοιχα.

Ξαναγράφοντας τις εξισώσεις (44) και (45), το ισοδύναμο όχημα με δύο βαθμούς ελευθερίας με κύλιση εκφράζεται:

$$mV \frac{d\beta}{dt} + 2(K_f + K_r)\beta + \left[mV + \frac{2(l'_f K_f - l'_r K_r)}{V} \right] r = 2K_f \delta \quad (44)'$$

$$2(l_f K_f - l_r K_r)\beta + I \frac{dr}{dt} + \frac{2(l'_f l_f K_f + l'_r l_r K_r)}{V} r = 2l_f K_f \delta \quad (45)'$$

Στην περίπτωση που η ταχύτητα είναι σταθερή, τότε $d\beta/dt = dr/dt = 0$, και μπορεί να αντικατασταθεί στις εξισώσεις (44)' και (45)'. Η ταχύτητα περιστροφής, r , σαν αποτέλεσμα σταθερής γωνίας τιμονιού είναι:

$$r = \frac{1}{1 - \frac{ml_f K_f - l_r K_r}{2l(l'_f + l'_r)K_f K_r} V^2} \frac{V}{(l'_f + l'_r)} \delta \quad (49)$$

από τις εξισώσεις (46) και (47),

$$l'_f + l'_r = l(1 + BV^2) \quad (50)$$

όπου

$$B = \frac{l_f B_f + l_r B_r}{l} = \frac{m_S h_s}{l(K_\phi - m_S g h_s)} \left[\frac{\partial \alpha_r}{\partial \phi} - \frac{\partial \alpha_f}{\partial \phi} + \frac{K_{cf}}{K_f} \frac{\partial \phi_f}{\partial \phi} - \frac{K_{cr}}{K_r} \frac{\partial \phi_r}{\partial \phi} \right] \quad (51)$$

$$A = -\frac{m}{2l^2} \frac{l_f K_f - l_r K_r}{K_f K_r} \quad (68)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (68), (50) και (51) στην εξίσωση (49) δίνει

$$r = \frac{1}{1 + \frac{AV^2}{1 + BV^2}} \frac{1}{1 + BV^2} \frac{V}{l} \delta = \frac{1}{1 + A'V^2} \frac{V}{l} \delta \quad (52)$$

Εδώ το A' είναι ο ισοδύναμος παράγοντας σταθερότητας όταν η κύλιση δεν αγνοείται.

$$\begin{aligned} A' &= A + B \\ &= -\frac{m(l_f K_f - l_r K_r)}{2l^2 K_f K_r} + \frac{m_S h_s}{l(K_\phi - m_S g h_s)} \left[\frac{\partial \alpha_r}{\partial \phi} - \frac{\partial \alpha_f}{\partial \phi} + \frac{K_{cf}}{K_f} \frac{\partial \phi_f}{\partial \phi} - \frac{K_{cr}}{K_r} \frac{\partial \phi_r}{\partial \phi} \right] \end{aligned} \quad (53)$$

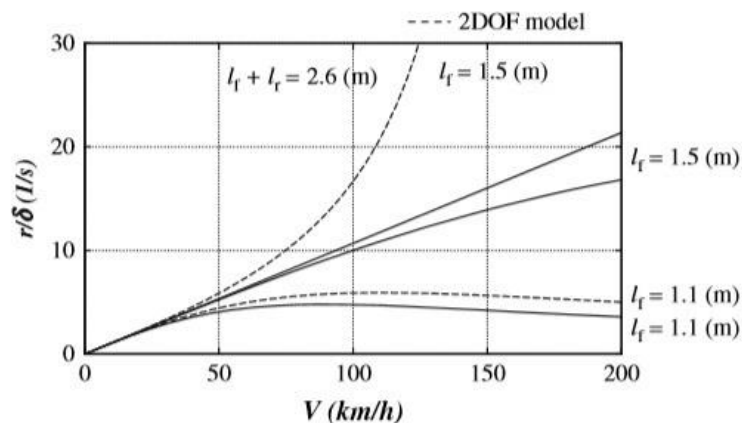
Από το παραπάνω, εάν το $B > 0$ τότε

$$\left[\frac{\partial \alpha_r}{\partial \phi} - \frac{\partial \alpha_f}{\partial \phi} + \frac{K_{cf}}{K_f} \frac{\partial \phi_f}{\partial \phi} - \frac{K_{cr}}{K_r} \frac{\partial \phi_r}{\partial \phi} \right] > 0$$

Η διαμήκη περιστροφή του αμαξώματος αλλάζει τα δυναμικά χαρακτηριστικά του οχήματος σε υποστροφή. Πιο συγκεκριμένα, θετικό roll steer στους πίσω τροχούς και θετικό camber στους εμπρός τροχούς ή αρνητικό roll steer στους εμπρός τροχούς και αρνητικό camber στους πίσω, έχουν σαν αποτέλεσμα να αλλάζουν τα δυναμικά χαρακτηριστικά σε περισσότερο υποστροφικό.

Στην εικόνα 16 είναι ένα παράδειγμα για την σχέση μεταξύ ταχύτητας περιστροφής στον άξονα z και ταχύτητας κίνησης, V, αλλάζει με τη μεταβολή του εμπρός άξονα από το κέντρο μάζας. Τα εικονιζόμενα αποτελέσματα είναι για σταθερή κατάσταση κατά τη διάρκεια στροφής για επιβατικό όχημα με το πίσω άξονα να έχει roll steer. Ο πίσω άξονας είναι έτσι ρυθμισμένος ώστε να αλλάζει τα χαρακτηριστικά του οχήματος είτε σε υποστροφή είτε σε υπερστροφή, ανεξάρτητα από την απόσταση του εμπρός άξονα από το κέντρο μάζας.

Στην ίδια εικόνα καταδεικνύεται επίσης η σχέση μεταξύ της ταχύτητας περιστροφής γύρω από τον άξονα z και της ταχύτητας κίνησης του οχήματος για ένα μοντέλο με δύο βαθμούς ελευθερίας χωρίς κύλιση. Στην ίδια εικόνα επίσης φαίνεται ότι όταν ο πίσω άξονας έχει roll steer, δεν αλλάζουν μόνο τα δυναμικά χαρακτηριστικά του οχήματος σε υποστροφή, αλλά και ότι μειώνεται η επιρροή στα δυναμικά χαρακτηριστικά που έχει η απόσταση του εμπρός άξονα από το κέντρο μάζας.



ΕΙΚ. 16 Effect of roll steer on steady-state cornering.

Εφαρμόζοντας μετασχηματισμό Laplace στις εξισώσεις (44)' και (45)', η χαρακτηριστική εξίσωση του οχήματος παίρνει τη γενική μορφή

$$s^2 + 2D's + P'^2 = 0 \quad (54)$$

όπου

$$2D' = \frac{2m(l'_f l_f K_f + l'_r l_r K_r) + 2I(K_f + K_r)}{mIV} = 2D + \frac{2(l_f^2 K_f B_f + l_r^2 K_r B_r)V}{I} \quad (55)$$

$$P'^2 = \frac{4K_f K_r l(l'_f + l'_r)}{mIV^2} - \frac{2(l_f K_f - l_r K_r)}{I} = P^2 + \frac{4K_f K_r l^2}{mI} B \quad (56)$$

$$2D = \frac{2m(l_f^2 K_f + l_r^2 K_r) + 2I(K_f + K_r)}{mIV} \quad (69)$$

$$P^2 = \frac{4K_f K_r l^2}{mIV^2} - \frac{2(l_f K_f - l_r K_r)}{I} \quad (70)$$

$$\begin{aligned} \omega_n = P &= \frac{2l}{V} \frac{\sqrt{K_f K_r}}{\sqrt{mI}} \sqrt{1 + AV^2} = \frac{2\sqrt{K_f K_r} l}{mk} \frac{\sqrt{1 + AV^2}}{V} \\ &= \frac{2\sqrt{K_f K_r} l}{mk} \frac{1}{V} \sqrt{1 + \frac{m}{2l} \left(\frac{K_f + K_r}{K_f K_r} \right) SMV^2} \end{aligned} \quad (71)$$

2D και P² είναι οι συντελεστές της χαρακτηριστικής εξίσωσης που δίνεται από τις εξισώσεις (69) και (70), όταν η κύλιση του αμαξώματος του οχήματος δεν λαμβάνεται υπόψιν. Συνεπώς παίρνοντας $l = mk^2$ και την εξίσωση (71), η ιδιοσυχνότητα του οχήματος ω'_n όταν η κύλιση αυτού λαμβάνεται υπόψιν είναι:

$$\begin{aligned} \omega'_n = P' &= \sqrt{P + \frac{4K_f K_r l^2}{mI} B} \\ &= \sqrt{\frac{4K_f K_r l^2}{m^2 k^2} \left(\frac{1 + AV^2}{V^2} \right) + \frac{4K_f K_r l^2}{m^2 k^2} B} \\ &= \frac{2\sqrt{K_f K_r} l}{mk} \frac{\sqrt{1 + A'V^2}}{V} \end{aligned} \quad (57)$$

Θεωρώντας τα $l_f \approx l_r$, $K_f \approx K_r$, ο λόγος απόσβεσης ζ' όταν το roll λαμβάνεται υπόψιν είναι:

$$\zeta' = \frac{D'}{P'} = \left[\frac{1 + k^2/l_f l_r}{2\sqrt{k^2/l_f l_r}} + \frac{1}{2\sqrt{k^2/l_f l_r}} BV^2 \right] \frac{1}{\sqrt{1 + A'V^2}} \quad (58)$$

17 Περιγραφή του feedforward μοντέλου

Το μοντέλο αποτελείται από έξι κυρίως τμήματα.

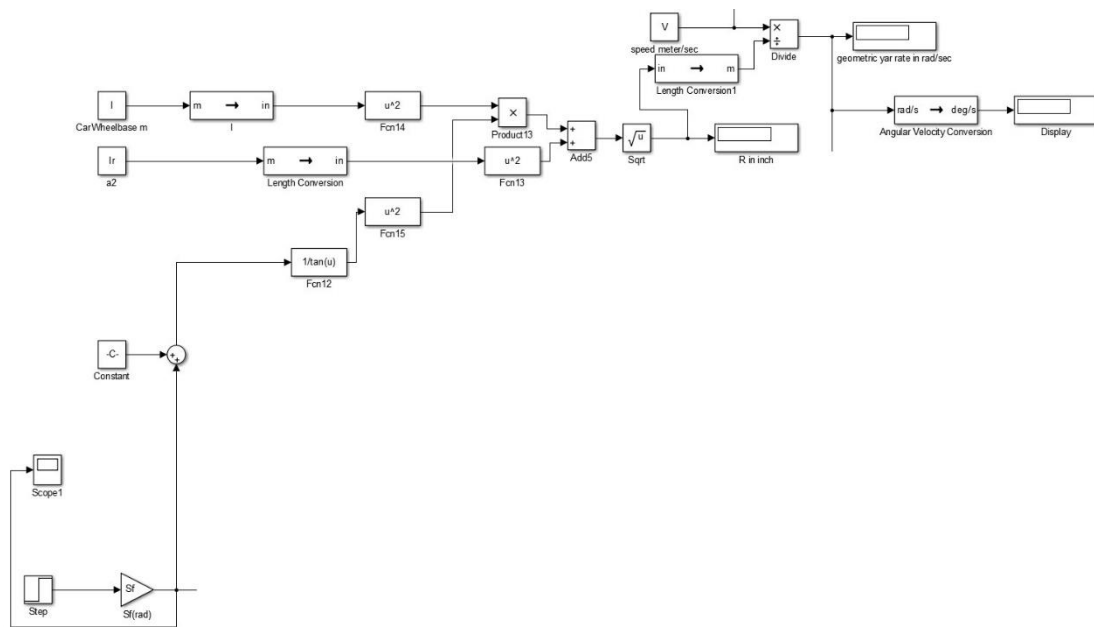
- Υπολογισμός της γεωμετρικής ταχύτητας περιστροφής γύρω από τον άξονα z. (γεωμετρικό yaw rate)
- Force system coefficients
- Τις εξισώσεις κίνησης του μοντέλου με 3 βαθμούς ελευθερίας
- Ο έλεγχος της διαφοράς της ροπής γύρω από τον άξονα z, μεταξύ του οχήματος και αυτής που απαιτείται για να επιτευχθεί το γεωμετρικό yaw rate.
- Η διαμήκης δύναμη που απαιτείται για να διατηρήσει το όχημα την ταχύτητα του σταθερή
- Η κατανομή της δύναμης στους τροχούς.

Πιο αναλυτικά:

- Ο υπολογισμός του γεωμετρικού yaw rate γίνεται με χρήση του

$$R = \sqrt{a_2^2 + l^2 \cot^2 \delta}$$

Και η απεικόνιση του στο Simulink



- Force system coefficients: Αυτοί οι συντελεστές είναι οι κλίσεις των καμπύλων της εγκάρσιας δύναμης, F_y και της ροπής γύρω από τον άξονα z, M_z , ως συνάρτηση του yaw rate, r, side slip angle, β , της γωνίας των τροχών, δ , roll rate, p και του roll angle.

$$D_r = \frac{\partial M_z}{\partial r} = -\frac{a_1^2}{v_x} C_{\alpha f} - \frac{a_2^2}{v_x} C_{\alpha r}$$

$$D_p = \frac{\partial M_z}{\partial p} = \frac{a_1}{v_x} C_{\beta f} C_{\alpha f} - \frac{a_2}{v_x} C_{\beta r} C_{\alpha r}$$

$$D_\beta = \frac{\partial M_z}{\partial \beta} = -(a_1 C_{\alpha f} - a_2 C_{\alpha r})$$

$$D_\varphi = \frac{\partial M_z}{\partial \varphi} = -a_1 (C_{\varphi f} - C_{\alpha f} C_{\delta \varphi f}) + a_2 (C_{\varphi r} - C_{\alpha r} C_{\delta \varphi r})$$

$$D_\delta = \frac{\partial M_z}{\partial \delta} = a_1 C_{\alpha f}$$

$$\begin{aligned}
C_r &= \frac{\partial F_y}{\partial r} = -\frac{a_1}{v_x} C_{\alpha f} + \frac{a_2}{v_x} C_{\alpha r} \\
C_p &= \frac{\partial F_y}{\partial p} = \frac{C_{\alpha f} C_{\beta f}}{v_x} + \frac{C_{\alpha r} C_{\beta r}}{v_x} \\
C_\beta &= \frac{\partial F_y}{\partial \beta} = -(C_{\alpha f} + C_{\alpha r}) \\
C_\varphi &= \frac{\partial F_y}{\partial \varphi} = C_{\alpha r} C_{\delta \varphi_r} + C_{\alpha f} C_{\delta \varphi_f} - C_{\varphi_f} - C_{\varphi_r} \\
C_\delta &= \frac{\partial F_y}{\partial \delta} = C_{\alpha f}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_r &= \frac{\partial M_x}{\partial r} = -\frac{a_1}{v_x} C_{T_f} C_{\alpha f} + \frac{a_2}{v_x} C_{T_r} C_{\alpha r} \\
E_p &= \frac{\partial M_x}{\partial p} = \frac{1}{v_x} C_{\beta f} C_{T_f} C_{\alpha f} + \frac{1}{v_x} C_{\beta r} C_{T_r} C_{\alpha r} - c_\varphi \\
E_\beta &= \frac{\partial M_x}{\partial \beta} = -C_{T_f} C_{\alpha f} - C_{T_r} C_{\alpha r} \\
E_\varphi &= \frac{\partial M_x}{\partial \varphi} = -C_{T_f} (C_{\varphi_f} - C_{\alpha f} C_{\delta \varphi_f}) - k_\varphi \\
&\quad - C_{T_r} (C_{\varphi_r} - C_{\alpha r} C_{\delta \varphi_r}) \\
E_\delta &= \frac{\partial M_x}{\partial \delta} = C_{T_f} C_{\alpha f}
\end{aligned}$$

Η φυσική ερμηνεία των παραπάνω είναι:

D_r : υποδεικνύει την σχέση μεταξύ της ροπής γύρω από τον άξονα z, M_z , και τη ταχύτητα της εγκάρσιας περιστροφής γύρω από τον άξονα z. Το D_r έχει αρνητικές τιμές και έχει το ρόλο της σταθεράς απόσβεσης του yaw. Η τιμή του D_r μειώνεται με την αύξηση της ταχύτητας κίνησης του οχήματος, V_x .

D_β : υποδεικνύει τη σχέση μεταξύ της ροπής γύρω από τον άξονα z, M_z , και της γωνίας side slip, β . Το D_β δείχνει αν η συμπεριφορά του οχήματος είναι υπερστροφική ή υποστροφική. Όταν έχει αρνητικές τιμές υποδηλώνει υποστροφική συμπεριφορά.

D_δ : υποδεικνύει τη σχέση μεταξύ της ροπής γύρω από τον άξονα z, M_z , και της γωνίας των τροχών. Έχει θετικές τιμές και αυξάνεται με την απόσταση του εμπρός άξονα από το κέντρο βάρους και το side slip stiffness του ελαστικού.

Dp: υποδεικνύει τη σχέση μεταξύ της ροπής γύρω από τον άξονα z, M_z , και τη ταχύτητα περιστροφής γύρω από τον άξονα x.

Dφ: υποδεικνύει τη σχέση μεταξύ της ροπής γύρω από τον άξονα z, M_z , και τη γωνία κλίσης γύρω από τον άξονα x.

Cr: υποδεικνύει τη σχέση μεταξύ της εγκάρσιας δύναμης f_y , και του yaw rate, r. Η τιμή του Cr μειώνεται όσο αυξάνεται η ταχύτητα V_x .

Cβ: υποδεικνύει τη σχέση μεταξύ της εγκάρσιας δύναμης f_y , και της γωνίας side slip του οχήματος, β, και έχει πάντα αρνητικές τιμές.

Cδ: υποδεικνύει τη σχέση μεταξύ της εγκάρσιας δύναμης f_y , και της γωνίας των τροχών. Έχει πάντα θετικές τιμές και αυξάνεται όσο αυξάνεται η γωνία των τροχών.

Cr: υποδεικνύει τη σχέση μεταξύ της εγκάρσιας δύναμης f_y , και της ταχύτητας περιστροφής γύρω από τον άξονα x.

Cφ: υποδεικνύει τη σχέση μεταξύ της εγκάρσιας δύναμης f_y , και της γωνίας κλίσης του αμαξώματος γύρω από τον άξονα x.

Er: υποδεικνύει τη σχέση μεταξύ της ροπής γύρω από τον άξονα x, M_x , και του yaw rate.

Er: υποδεικνύει τη σχέση μεταξύ της ροπής γύρω από τον άξονα x, M_x , και της ταχύτητας περιστροφής γύρω από τον άξονα x.

Eβ: υποδεικνύει τη σχέση μεταξύ της ροπής γύρω από τον άξονα x, M_x , και της γωνίας side slip του οχήματος.

Eφ: υποδεικνύει τη σχέση μεταξύ της ροπής γύρω από τον άξονα x, M_x , και της γωνίας κλίσης του αμαξώματος.

Eδ: υποδεικνύει τη σχέση μεταξύ της ροπής γύρω από τον άξονα x, M_x , και της γωνίας των τροχών.

όπου

a_1 = απόσταση εμπρός άξονα από το κέντρο μάζας

a_2 = απόσταση πίσω άξονα από το κέντρο μάζας

Cβf = συντελεστής ταχύτητας περιστροφής γύρω από άξονα x, εμπρός άξονα

Cβr = συντελεστής ταχύτητας περιστροφής γύρω από άξονα x, πίσω άξονα

CTf = συντελεστής ροπής εμπρός ελαστικών

CTr = συντελεστής ροπής πίσω ελαστικών

Cδφf = συντελεστής roll steering εμπρός τροχών

Cδφr = συντελεστής roll steering πίσω τροχών

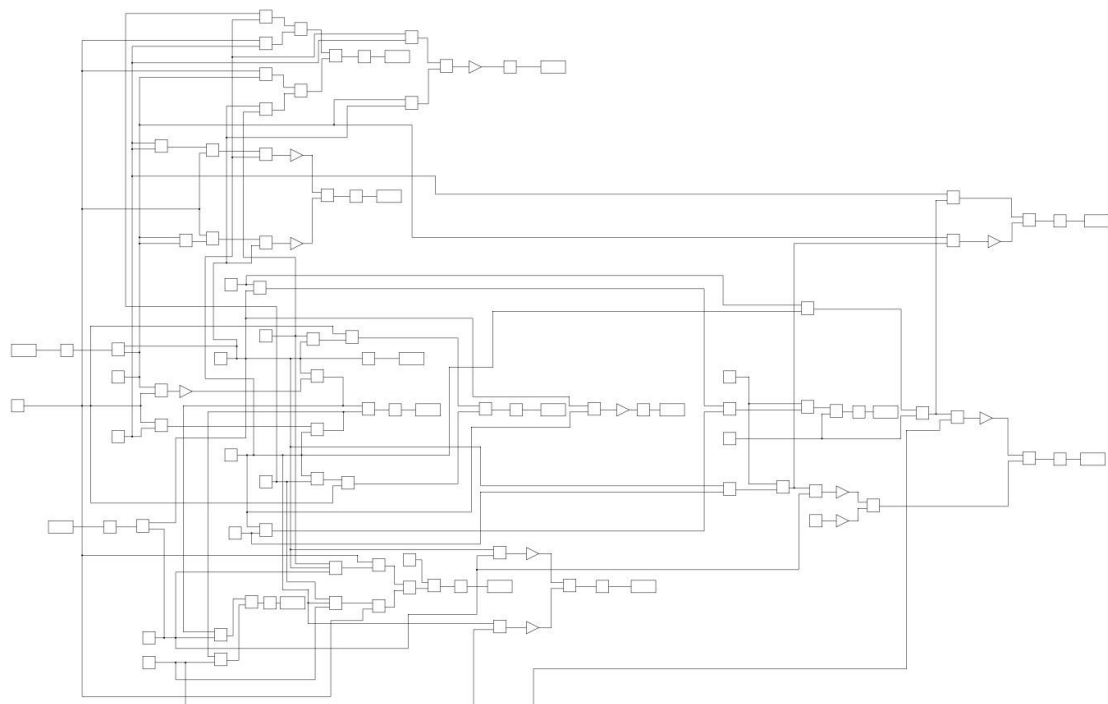
Cφf = συντελεστής ώσης camber εμπρός ελαστικών

$C_{\phi r}$ = συντελεστής ώσης camber πίσω ελαστικών

k_{ϕ} = σιβαρότητα περιστροφής γύρω από τον άξονα x

c_{ϕ} = συντελεστής απόσβεσης ταχύτητας περιστροφής γύρω από τον άξονα x

Στο Simulink παίρνουν την μορφή:



- Οι εξισώσεις κίνησης για το μοντέλο με τρεις βαθμούς ελευθερίας προκύπτουν από τις εξισώσεις:

$$F_x = m \dot{v}_x - mr v_y$$

$$F_y = m \dot{v}_y + mr v_x$$

$$M_z = I_z \dot{\omega}_z = I_z \dot{r}$$

$$M_x = I_x \dot{\omega}_x = I_x \dot{p}$$

όπου

m = συνολική μάζα του οχήματος.

I_x = ρπή αδρανείας γύρω από τον άξονα x

I_z = ρπή αδρανείας γύρω από τον άξονα y

και από τις εξισώσεις:

$$\begin{aligned}F_x &\approx F_{x_f} + F_{x_r} \\F_y &\approx F_{y_f} + F_{y_r} \\M_x &\approx C_{T_f} F_{y_f} + C_{T_r} F_{y_r} - k_\varphi \varphi - c_\varphi \dot{\varphi} \\M_z &\approx a_1 F_{y_f} - a_2 F_{y_r}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}F_y &= \left(\frac{a_2}{v_x} C_{\alpha r} - \frac{a_1}{v_x} C_{\alpha f} \right) r + \left(\frac{C_{\alpha f} C_{\beta_f}}{v_x} + \frac{C_{\alpha r} C_{\beta_r}}{v_x} \right) p \\&+ (-C_{\alpha f} - C_{\alpha r}) \beta + \left(C_{\alpha f} C_{\delta \varphi_f} - C_{\varphi_r} - C_{\varphi_f} + C_{\alpha r} C_{\delta \varphi_r} \right) \varphi \\&+ C_{\alpha f} \delta\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}M_x &= \left(\frac{a_2}{v_x} C_{T_r} C_{\alpha r} - \frac{a_1}{v_x} C_{T_f} C_{\alpha f} \right) r \\&+ \left(\frac{1}{v_x} C_{\beta_f} C_{T_f} C_{\alpha f} + \frac{1}{v_x} C_{\beta_r} C_{T_r} C_{\alpha r} - c_\varphi \right) p \\&+ \left(-C_{T_f} (C_{\varphi_f} - C_{\alpha f} C_{\delta \varphi_f}) - C_{T_r} (C_{\varphi_r} - C_{\alpha r} C_{\delta \varphi_r}) - k_\varphi \right) \varphi \\&+ C_{T_f} C_{\alpha f} \delta\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}M_z &= \left(-\frac{a_1^2}{v_x} C_{\alpha f} - \frac{a_2^2}{v_x} C_{\alpha r} \right) r + \left(\frac{a_1}{v_x} C_{\beta_f} C_{\alpha f} - \frac{a_2}{v_x} C_{\beta_r} C_{\alpha r} \right) p \\&+ (a_2 C_{\alpha r} - a_1 C_{\alpha f}) \beta \\&+ \left(a_2 (C_{\varphi_r} - C_{\alpha r} C_{\delta \varphi_r}) - a_1 (C_{\varphi_f} - C_{\alpha f} C_{\delta \varphi_f}) \right) \varphi \\&+ a_1 C_{\alpha f} \delta\end{aligned}$$

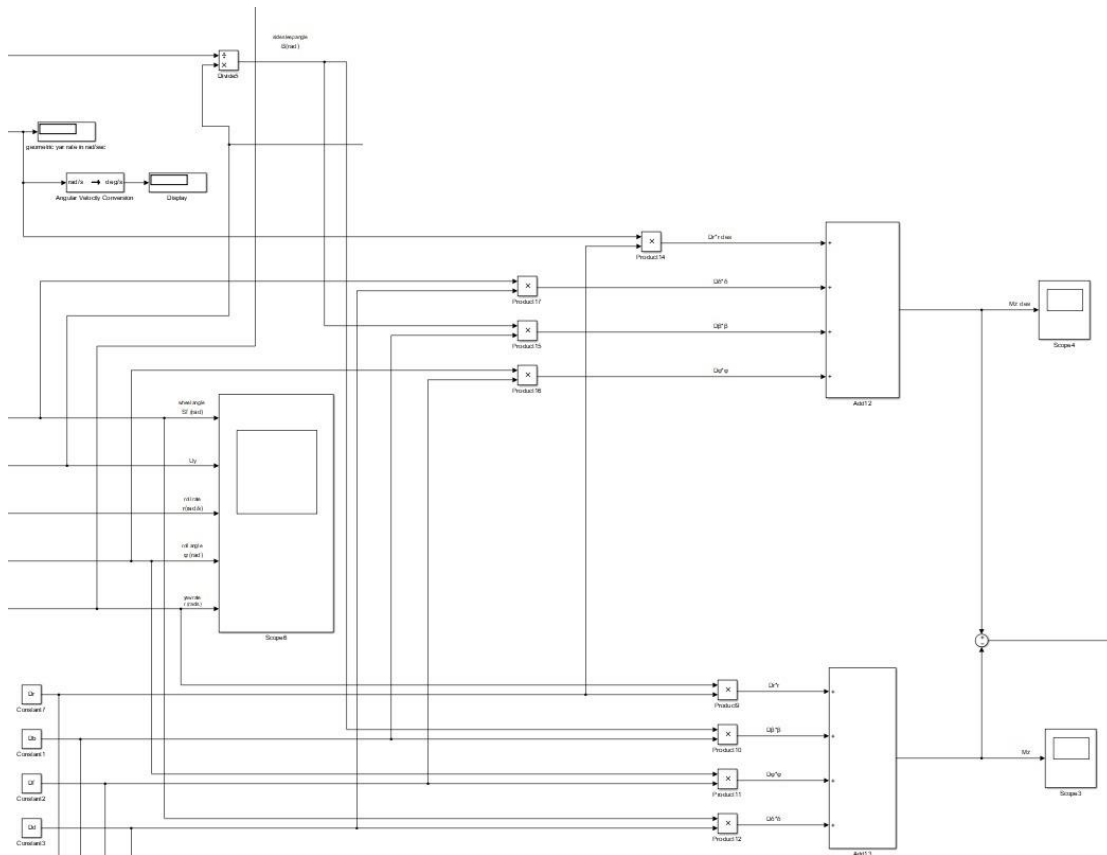
Συνδυάζοντας τα παραπάνω και θεωρώντας ότι η ταχύτητα κίνησης παραμένει σταθερή

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_y \\ \dot{p} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{C_\beta}{mv_x} & \frac{C_p}{m} & \frac{C_\varphi}{m} & \frac{C_r}{m} - v_x \\ \frac{E_\beta}{I_x v_x} & \frac{E_p}{I_x} & \frac{E_\varphi}{I_x} & \frac{E_r}{I_x} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{D_\beta}{I_z v_x} & \frac{D_p}{I_z} & \frac{D_\varphi}{I_z} & \frac{D_r}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_y \\ p \\ \varphi \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{C_\delta}{m} \\ \frac{E_\delta}{I_x} \\ 0 \\ \frac{D_\delta}{I_z} \end{bmatrix} \delta$$

Απεικόνιση στο Simulink



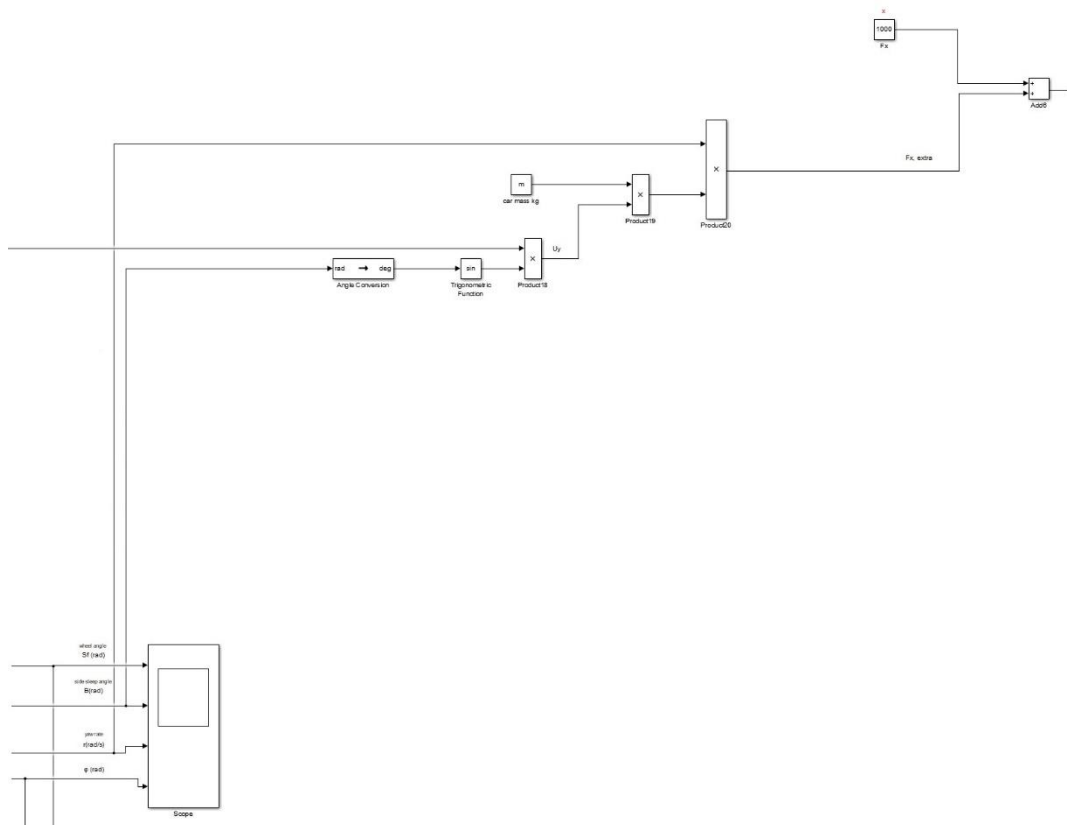
- Ακολουθεί το κομμάτι με το όπου συγκρίνονται το γεωμετρικό yaw rate με αυτό το οποίο μας δίνει το μοντέλο



- Ακολουθεί η εξίσωση για την απαιτούμενη δύναμη για να διατηρήσει το όχημα την ταχύτητα του σταθερή

$$F_x = -mr v_y$$

Η μορφή της στο Simulink



- Τέλος, θα παρουσιαστεί ο τρόπος με τον οποίο γίνεται η κατανομή της δύναμης στους τροχούς.

Για το σκοπό αυτό θα χρησιμοποιηθεί ένα μοντέλο με τέσσερης τροχούς. Οι βασικές σχέσεις που θα χρησιμοποιηθούν είναι :

$$F_x = F_{x,FL} + F_{x,FR} + F_{x,RL} + F_{x,RR}$$

$$M_z = \frac{w_F}{2} (F_{x,FR} - F_{x,FL})$$

$$+ \frac{w_R}{2} (F_{x,RR} - F_{x,RL})$$

Οι δυνάμεις σε κάθε τροχό μπορούν να ξαναγραφούν ακολούθως:

$$F_{x,FL} = F_{x,F} - \Delta F_{x,F}$$

$$F_{x,FR} = F_{x,F} + \Delta F_{x,F}$$

$$F_{x,RL} = F_{x,R} - \Delta F_{x,R}$$

$$F_{x,RR} = F_{x,R} + \Delta F_{x,R}$$

Οι δύο μεταβλητές σ και ρ θα χρησιμοποιηθούν για να μπορέσει να γίνει συσχετισμός μεταξύ των εμπρός και πίσω δυνάμεων των τροχών. Αυτές οι δύο μεταβλητές είναι ουσιαστικά σχεδιαστικές παράμετροι και μπορούν να αλλάζουν κατά τη λειτουργία του οχήματος.

$$F_{x,R} = \sigma F_{x,F}$$

$$\Delta F_{x,R} = \rho \Delta F_{x,F}$$

Αναδιατάσσοντας της παραπάνω 15-22 εξισώσεις παίρνουν την ακόλουθη μορφή:

$$F_x = 2F_{x,R} \frac{1 + \sigma}{\sigma}$$

$$M_z = \Delta F_{x,R} \frac{w_F + \rho w_R}{\rho}$$

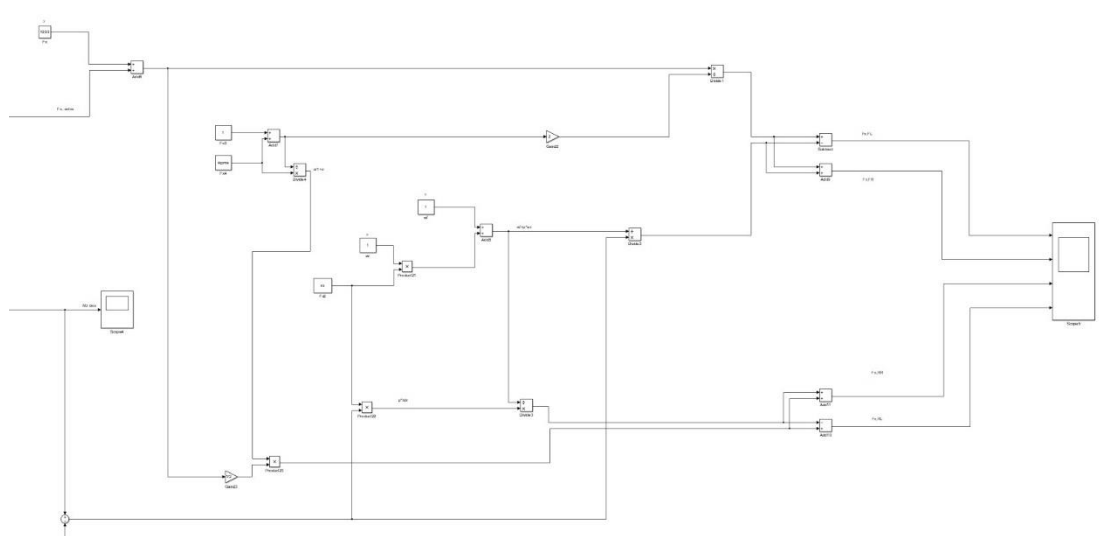
Έτσι, οι απαιτούμενες ροπές και δυνάμεις μετατρέπονται σε απαιτούμενες δυνάμεις μεταξύ των αξόνων εμπρός και πίσω, $F_{x,F}$, $F_{x,R}$ και μεταξύ των τροχών του ίδιου άξονα, $\Delta F_{x,F}$, $\Delta F_{x,R}$. Συνδυάζοντας τα παραπάνω η απαιτούμενη δύναμη για κάθε τροχό είναι:

$$\begin{aligned}
 F_{x,FL} &= F_{x,F} - \Delta F_{x,F} \\
 &= \frac{F_x}{2(1+\sigma)} - \frac{M_z}{w_F + \rho w_R} \\
 F_{x,FR} &= \frac{F_x}{2(1+\sigma)} + \frac{M_z}{w_F + \rho w_R} \\
 F_{x,RL} &= \frac{F_x}{2} \frac{\sigma}{(1+\sigma)} - \frac{\rho M_z}{w_F + \rho w_R} \\
 F_{x,RR} &= \frac{F_x}{2} \frac{\sigma}{(1+\sigma)} + \frac{\rho M_z}{w_F + \rho w_R}
 \end{aligned}$$

Με τις παραπάνω εξισώσεις είναι δυνατόν να καθορίσουμε την απαιτούμενη ροπή για κάθε τροχό, απλά πολλαπλασιάζοντας την απαιτούμενη δύναμη με τη διάμετρο του τροχού. Θέτοντας $\rho = \infty$ δεν υπάρχει διαφορά στην απαιτούμενη δύναμη στον εμπρός άξονα. Με αυτό τον τρόπο είναι δυνατόν να εξομοιώσουμε ένα όχημα με μόνο στο πίσω άξονα να έχει torque vectoring.

Η διαμήκης δύναμη, F_x , ελέγχεται μέσω της μεταβλητής σ . Πρακτικά αυτή η μεταβλητή ελέγχεται από το σύστημα διαχείρισης ενέργειας του αυτοκινήτου και μπορεί να λάβει τιμές $\sigma = 0$, για κίνηση μόνο με τον εμπρός άξονα, $\sigma = \infty$ για κίνηση μόνο με το πίσω άξονα, συνδυασμός των παραπάνω $0 < \sigma < \infty$ ή ακόμα και με αναγεννητική πέδη, $-1 < \sigma < 0$.

Όπως απεικονίζεται στο Simulink

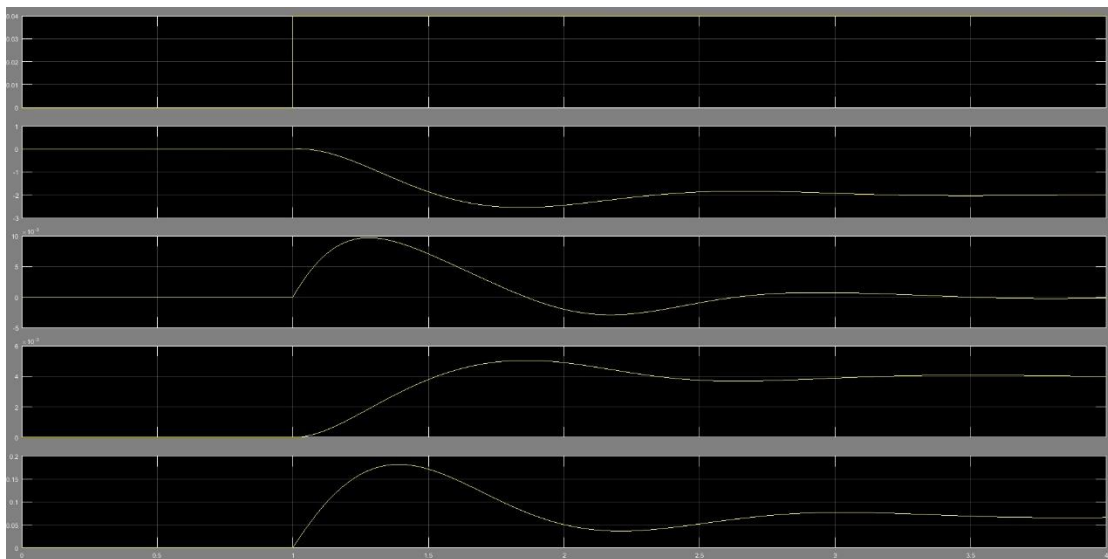


18 Αποτελέσματα

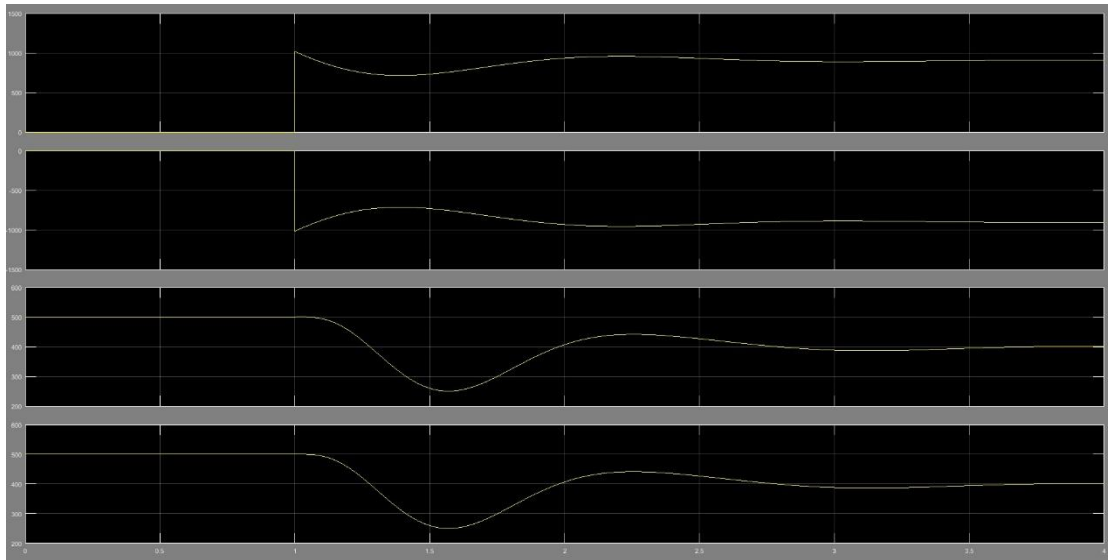
Οι παράμετροι που δόθηκαν για να εξομοιώσει το μοντέλο μας είναι οι κάτωθι
 $m = 1500$, $I = 2500$, $K_f = 55000$, $K_r = 60000$, $dt = 0.001$, $t_f = 4$, $V = 140/3.6$, $S_f = 0.04$,
 $I_x = 300$, $I_z = 1128$, $C_{af} = 28648$, $C_{ar} = 26356$, $a_1 = 0.91$, $a_2 = 1.64$, $I = a_1 + a_2$,
 $k_f = 20000$, $c_f = 1000$, $C_{bf} = 0.01$, $C_{br} = 0.01$, $C_{tf} = 0.02$, $C_{tr} = 0.02$, $C_{dff} = 0.01$,
 $C_{dfr} = 0$, $C_{ff} = 2$, $C_{fr} = 1$, $r_o = 0$, $\sigma = 1000000$.

Παρακάτω φαίνεται η συμπεριφορά του οχήματος για τις παραμέτρους

- γωνία τροχών
- εγκάρσια ταχύτητα
- η ταχύτητα περιστροφής γύρω από τον άξονα x
- η γωνία κλίσης του αμαξώματος γύρω από τον άξονα x
- η ταχύτητα περιστροφής γύρω από τον άξονα z



Στο επόμενο διάγραμμα φαίνονται τα σήματα εξόδου του τμήματος που κατανέμει την δύναμη στους τέσσερις τροχούς.



Με δεδομένο ότι έχουμε ρυθμίσει το όχημα να κάνει torque vectoring μόνο με το πίσω άξονα, ενώ ο εμπρός άξονας να είναι υπεύθυνος για την έλξη, τα διαγράμματα φαίνεται να συμφωνούν με τη θεωρία. Οι τροχοί του εμπρός άξονα έχουν παρόμοια συμπεριφορά, ενώ οι πίσω τροχοί έχουν παρόμοιες τιμές με διαφορετικά πρόσημα.

19 Συμπεράσματα

Σε θεωρητικό επίπεδο το απλοποιημένο μοντέλο φαίνεται να είναι σύμφωνο με την θεωρία. Τα επόμενα βήματα είναι η κατασκευή του ελεγκτή και ο τελικός έλεγχος για την αποτελεσματικότητα του μοντέλου, είτε με απευθείας μετρήσεις πάνω σε όχημα είτε με χρήση ενός άλλου μοντέλου με μεγαλύτερη ακρίβεια.

20 Βιβλιογραφία

- [1] J. Gerstenmeir, “Electronic control unit for passenger car anti-skid (ABS),” in Proc. Institute of Mechanical Engineers, 1981.
- [2] Y. Chin, W. Lin, D. M. Sidlosky, and D. S. Ruley, “Sliding-mode ABS wheel-slip control,” in Proc. of the American Control Conf., vol. 1, (Chicago, IL, USA), pp. 1–5, June 1992.
- [3] D. Kim, K. Kim, W. Lee, and I. Hwang, “Development of mando ESP (Electronic Stability Program),” SAE Technical Paper 2003-01-0101, 2003.
- [4] A. Morgando, “Linear approach to ESP control logic design,” SAE Technical Paper, no. 2006-01-1017, pp. 153–162, 2006.
- [5] A. T. V. Zanten, “Bosch ESP systems: 5 years of experience,” SAE Technical Paper 2000-01-1633, 2000.

- [6] B.-C. Jang, Y.-H. Yun, and S.-C. Lee, "Simulation of vehicle steering control through differential braking," *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, vol. 5, pp. 26–34, July 2004.
- [7] T. Pilutti, G. Ulsoy, and D. Hrovat, "Vehicle steering intervention through differential braking," in *Proc. American Control Conference*, vol. 3, (Seattle, WA, USA), pp. 1667–1671, June 1995.
- [8] P. Raksincharoensak, M. Shino, and M. Nagai, "Investigation of intelligent driving assistance system using direct yaw moment control," *Review of Automotive Engineering*, vol. 25, pp. 185–191, April 2004.
- [9] G. Bevan, H. Gollee, and J. O'Reilly, "Automatic lateral emergency collision avoidance for a passenger car," *International Journal of Control*, vol. 80, no. 11, pp. 1751–1762, 2007.
- [10] M. Boada, B. Boada, A. Munoz, and V. Diaz, "Integrated control of front-wheel steering and front braking forces on the basis of fuzzy logic," *Proc. Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, vol. 220, pp. 253–267, 2006.
- [11] J. Ahmadi, A. Ghaffari, and R. Kazemi, "Fuzzy logic based vehicle stability enhancement through combined differential braking and active front steering," in *Proc. ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, vol. 6 C, (Long Beach, CA, United States), pp. 2417–2423, September 2005.
- [12] F. Tahami, R. Kazemi, and S. Farhanghi, "A novel driver assist stability system for all-wheel-drive electric vehicles," *IEEE Transactions on Vehicle Technology*, vol. 52, pp. 683–692, May 2003.
- [13] E. Esmailzadeh, A. Goodarzi, and G. Vossoughi, "Optimal yaw moment control law for improved vehicle handling," *Mechatronics (UK)*, vol. 13, pp. 659–675, September 2003.
- [14] M. Nagai, M. Shino, and F. Gao, "Study on integrated control of active front steer angle and direct yaw moment," *JSAE Review*, vol. 23, pp. 309–315, July 2002.
- [15] M. Salman, Z. Zhang, and N. Boustany, "Coordinated control of four wheel braking and rear steering," in *Proc. American Control Conference*, vol. 1, (Chicago, IL, USA), pp. 6–10, June 1992.
- [16] M. Salman, "Coordinated control of steering and braking," in *American Society of Mechanical Engineers, Applied Mechanics Division, AMD*, vol. 108, (Dallas, TX, USA), pp. 69–76, November 1990.
- [17] J. He, D. A. Crolla, M. C. Levesley, and W. J. Manning, "Coordination of active steering, driveline, and braking for integrated vehicle dynamics control," *Proc. Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automotive Control*, vol. 220, pp. 1401–1421, May 2006.
- [18] K. Yi, T. Chung, J. Kim, and S. Yi, "An investigation into differential braking strategies for vehicle stability control," *Proc. Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, vol. 217, no. 12, pp. 1081–1094, 2003.
- [19] G. Burgio and P. Zegelaar, "Integrated vehicle control using steering and brakes," *International Journal of Control*, vol. 79, pp. 534–541, May 2006.

- [20] A. Hac and M. Bodie, "Improvements in vehicle handling through integrated control of chassis systems," *International Journal of Vehicle Autonomous Systems*, vol. 1, no. 1, pp. 83–110, 2002.
- [21] C. R. Carlson and C. J. Gerdes, "Optimal rollover prevention with steer-by-wire and differential braking," in *Proc. ASME Dynamic Systems and Control*, vol. 72, (Washington, DC., United States), pp. 345–354, American Society of Mechanical Engineers, November 2003.
- [22] H. B. Pacejka and E. Bakker, "The magic formula tyre model," in *Proc. 1st International Colloquium on Tyre Models for Vehicle Dynamics Analysis, Vehicle System Dynamics*, vol. 21, pp. 1–19, 1993.
- [23] H. Dugoff, P. S. Fancher, and L. Segel, "An analysis of tire traction properties and their influence on vehicle dynamic performance," SAE Paper No. 700377, 1970.
- [24] C. Zhao, W. Xiang, and P. Richardson, "Vehicle lateral control and yaw stability control through differential braking," in *Proc. IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, (Montreal, Que., Canada), pp. 384–389, July 2006.
- [25] R. Sharp and M. Bettella, "On the construction of a general numerical tyre shear force model from limited data," *Journal of Automobile Engineering*, vol. 217, no. 3, pp. 165–172, 2003.
- [26] A. Sigl and H. Demel, "ASR -traction control, state of the art and some prospects.," in *Proc. SAE international congress and exposition*, (Detroit, Michigan, USA), pp. 71–78, 1990.
- [27] A. Mueller, W. Achenbach, E. Schindler, T. Wohland, and F. W. Mohn, "Das Neue Fahrsicherheitssystem Electronic Stability Program von Mercedes Benz," *Automobiltechnische Zeitschrift*, vol. 11, pp. 656–670, 1994.
- [28] L. Guvenc, B. A. Guvenc, T. Yigit, and E. S. Ozturk, "HiL system for steering controller tests," in *Proc. IEEE Conference on Control Applications*, vol. 1, pp. 13–18, June 23-25 2003.
- [29] P. Setlur, J. Wagner, D. Dawson, and L. Powers, "A hardware-in-the-loop and virtual reality test environment for steer-by-wire system evaluations," in *Proc. American Control Conference*, vol. 3, (Denver, CO, United States), pp. 2584–2589, June 2003.
- [30] Velardocchia and Sorniotti, "Hardware-in-the-loop (HIL) testing of ESP (Electronic Stability Program) commercial hydraulic units and implementation of new control strategies," SAE Technical Paper 2004-01-2770, 2004.
- [31] <http://www.nts.gov/events/symp-rec/proceedings/authors/lehmann.htm>.
- [32] J.R. Ellis, *Vehicle dynamics*, London Business Book Ltd., London, 1969.
- [33] Abe Masato, *Vehicle Handling Dynamics – Theory and Application*, ISBN-13: 978-1-8561-7749-8
- [34] Reza N. Jazar, *Vehicle dynamics – Theory and application*, ISBN: 978-1-4614-8543-8
- [35] Gerd Kaiser, *Torque Vectoring with a feedback and feedforward controller – applied to a through the road hybrid electric vehicle*